8(1989), 4:277—284

红外研究
Chin. J. Infrared Res.

黑体辐射的峰值关系、标度律及有关物理常数

戴霁穹　糜正瑜*　戴显熹

(复旦大学物理系,上海)

摘要——导出了黑体辐射的四个峰值定律和标度律，利用 1988 年 CODATA 算出有关物理常数. 进而讨论由它们来核对辐射探测器线性性的可能性.

关键词——黑体辐射,物理常数.

1. 引　　言

温度与辐射功率的基准的精度,一般远不及频率、电压、电阻基准. 回顾电压基准与电阻基准的现代重大进展可能是有益的.

电压基准的监控是利用著名的 Josephson 效应[1]. 如所周知, Josephson 结(或超导弱连接)在频率为 ν 的微波辐射照射下,I-V 特性曲线上的电流值在下列电压处产生阶梯状跃变:

$$V_n=n\left(\frac{h}{2e}\right)\nu=n\Phi_0\nu,\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots) \tag{1}$$

其中 h, e, Φ_0 分别为普朗克常数, 电子电荷和磁通量子. 由于它们是普适物理常数, 而电压基准原来为 2.6×10^{-6}, 频率基准可以达到 10^{-9} 以上, 从而可以用频率基准来核对电压基准. 换言之,电压可以通过频率和普适的磁通量子来度量. 实验已证实, Josephson 关系的精度极高, 且与物质具体性质无关,人们可以反过来利用它来测量 Φ_0 或 $2e/h$, 从而大大提高了普朗克常数的测量精度, 导致 1969 年基本物理常数大调整,为 1973 年 CODATA 标准值的确定作出重大贡献[2].

量子霍尔效应[3]指出,当霍尔电阻 R_H 为

$$R_H=\frac{h}{e^2n}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots) \tag{2}$$

时,在 R_H 与栅电压的曲线上出现平台. 由于这"量子电阻"只与物理普适常数 h/e^2 有关,实验又证实式(2)的精度优于 10^{-7}, 人们由此获得了高精度的电阻基准, 进而使精细结构常数

本文 1988 年 10 月 24 日收到.

* 中国科学院上海技术物理研究所.

的测量精确化，并推动了1986年物理常数的大调整，为1988年CODATA标准值作出重大贡献.

改进温度基准与辐射功率探测器的线性性，可能也与运用可靠、精密的物理定律以及联系着普适常数的物理学关系有关.沿着这一思路，我们展开了下列探讨.

2. 黑体辐射位移定律

在黑体辐射中，单色辐射出射度 m_λ, m_ν 和单色光子出射度 n_λ, n_ν 的表式分别为：

$$m_\lambda=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5(e^{hc/\lambda kT}-1)}, \tag{3}$$

$$n_\lambda=\frac{2\pi c}{\lambda^4(e^{hc/\lambda kT}-1)}, \tag{4}$$

$$m_\nu=\frac{2\pi h}{c^2}\frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1}, \tag{5}$$

$$n_\nu=\frac{2\pi}{c^2}\frac{\nu^2}{e^{h\nu/kT}-1}, \tag{6}$$

它们的极大值满足下列位移定律[4~6]:

$$\lambda_m=\frac{\alpha_0}{T},\ (\text{维恩位移定律}) \tag{7}$$

$$\lambda_n=\frac{\alpha_0'}{T}, \tag{8}$$

$$\nu_m=\alpha_0''T, \tag{9}$$

$$\nu_n=\alpha_0'''T. \tag{10}$$

普适物理常数$\{\alpha_0\}$与数学常数$\{x_0\}$之间存在下列关系:

$$\alpha_0=\frac{ch}{k}\frac{1}{x_0}, \tag{11}$$

$$\alpha_0'=\frac{ch}{k}\frac{1}{x_0'}, \tag{12}$$

$$\alpha_0''=\frac{k}{h}x_0'', \tag{13}$$

$$\alpha_0'''=\frac{k}{h}x_0'''. \tag{14}$$

文献[4]给出了$\{x_0\}$的数值(准确到 10^{-16}):

$$\begin{aligned} x_0&=4.9651142317442763 0,\\ x_0'&=3.92069039487288634,\\ x_0''&=2.82143937212207889,\\ x_0'''&=1.59362426004004009. \end{aligned} \tag{15}$$

上述四个位移定律实际上均可能作为温度基准的基础(特别是第三个位移定律)，并由$\{x_0\}$及1988年CODATA标准值算出$\{\alpha_0\}$，因为它们满足下列条件:

(1) 黑体辐射规律与物质具体特性无关，并具有很高的准确性;

(2) T 和 ν_m 的比例系数是普适物理常数与数学常数;

$$T=\frac{1}{\alpha_0''}\nu_m=\left(\frac{h}{kx_0''}\right)\nu_m; \tag{16}$$

(3) 频率基准可以具有极高精度;

(4) 黑体辐射具有坚实可靠的理论基础,即 Bose 统计规律、相对论与 Maxwell 方程的线性性(忽略光子间的相互作用). 就这一点而言,它比 Josephson 关系和量子霍尔效应有更可靠的理论基础.

3. 四个峰值定律、常数及探测器线性性的客观基准

为研究辐射功率探测器的线性性的客观基准,仅前面的四个位移定律是不够的,尚须研究各峰值定律.

首先考察 m_λ、n_λ 的峰值对温度的依赖关系. 这个关系在实验上是相当重要的. 尽管 1984 年的数值表[7]尚未给出规律性的表式,我们在本文中将给出它们的一般规律及相应的物理常数与数学常数. 实际上,按定义,有:

$$m_{\lambda_m}=\frac{2\pi hc^2}{\lambda_m^5\left[e^{ch/\lambda_m kT}-1\right]}, \tag{17}$$

$$n_{\lambda_n}=\frac{2\pi c}{\lambda_n^4\left[e^{ch/\lambda_n kT}-1\right]}. \tag{18}$$

利用关系式(7),(8),(11),(12),有下列峰值定律:

$$m_{\lambda_m}=c_mT^5, \tag{19}$$

其中

$$c_m=\frac{2\pi k^5}{c^3h^4}y_0=ay_0, \tag{20}$$

$$y_0=\frac{x_0^5}{e^{x_0}-1}=21.20143566054990; \tag{21}$$

$$n_{\lambda_n}=c_nT^4, \tag{22}$$

$$c_n=\frac{2\pi k^4}{c^3h^4}y_0'=a_1y_0', \tag{23}$$

$$y_0'=\frac{x_0'^4}{e^{x_0'}-1}=4.779840819336020. \tag{24}$$

定义

$$m_{\nu_m}=\frac{2\pi h}{c^2}\frac{\nu_m^3}{e^{h\nu_m/kT}-1}, \tag{25}$$

$$n_{\nu_n}=\frac{2\pi}{c^2}\frac{\nu_n^2}{e^{h\nu_n/kT}-1}. \tag{26}$$

由(9),(10),(13),(14),有下列峰值定律:

$$m_{\nu_m}=c_m'T^3, \tag{27}$$

$$c_m'=\frac{2\pi k^3}{c^2h^2}y_0''=a_2y_0'', \tag{28}$$

$$y_0'' = \frac{x_0''^3}{e^{x_0''} - 1} = 1.421435472747740; \tag{29}$$

$$n_{\nu_n} = c_n' T^2, \tag{30}$$

$$c_n' = \frac{2\pi k^2}{c^2 h^2} y_0''' = a_0 y_0''', \tag{31}$$

$$y_0''' = \frac{x_0'''^2}{e^{x_0'''} - 1} = 0.6476102378919150. \tag{32}$$

利用1988年CODATA标准值,可以算出各物理常数:

$$a = \frac{2\pi k^5}{c^3 h^4} = 6.06908(23) \times 10^{-17}\ \mathrm{W/cm^2 \cdot \mu m \cdot K^5}, \tag{33}$$

$$c_m = 1.286732(49) \times 10^{-15}\ \mathrm{W/cm^2 \cdot \mu m \cdot K^5}, \tag{34}$$

$$a_1 = \frac{2\pi k^4}{c^3 h^4} = 4.39579(16) \times 10^6/\mathrm{cm^2 \cdot \mu m \cdot s \cdot K^4}, \tag{35}$$

$$c_n = 2.101116(78) \times 10^7/\mathrm{cm^2 \cdot \mu m \cdot s \cdot K^4}, \tag{36}$$

$$a_2 = \frac{2\pi k^3}{c^2 h^2} = 4.190676(80) \times 10^{-23}\ \mathrm{W \cdot s/cm^2 \cdot K^3}, \tag{37}$$

$$c_m' = 5.95677(11) \times 10^{-23}\ \mathrm{W \cdot s/cm^2 \cdot K^3}, \tag{38}$$

$$a_3 = \frac{2\pi k^2}{c^2 h^2} = 3.035274(58)/\mathrm{cm^2 \cdot K^2}, \tag{39}$$

$$c_n' = 1.965675(18)/\mathrm{cm^2 \cdot K^2}. \tag{40}$$

至此,我们证明了,单色辐射出射度与单色光子出射度的峰值 m_{λ_m}, n_{λ_n}, m_{ν_m}, n_{ν_n} 分别正比于温度 T 的5次方,4次方,3次方和2次方. 比例系数是与基本物理常数有关的普适常数。我们根据1988年CODATA标准值算出了这些常数. 其中 λ_m, λ_n 以 μm 为单位, ν_m, ν_n 以Hz为单位。m_{λ_m}, n_{λ_n}, m_{ν_m}, n_{ν_n} 分别以 $\mathrm{W/cm^2 \cdot \mu m}$, $\mathrm{1/cm^2 \cdot \mu m \cdot s}$, $\mathrm{W \cdot s/cm^2}$, $\mathrm{1/cm^2}$ 为单位.

对于高温黑体或温度未定标的黑体,实际测量到的是 λ_m, λ_n, ν_m 或 ν_n. 因此我们还需要建立峰值用 λ_m, λ_n, ν_m 和 ν_n 表示的峰值定律.

$$m_{\lambda_m} = \frac{\sigma_m}{\lambda_m^5}, \tag{41}$$

$$\sigma_m = 2\pi c^2 h z_0, \tag{42}$$

$$z_0 = \frac{1}{e^{x_0} - 1} = 0.007026176363210910; \tag{43}$$

$$n_{\lambda_n} = \frac{\sigma_n}{\lambda_n^4}, \tag{44}$$

$$\sigma_n = 2\pi c z_0', \tag{45}$$

$$z_0' = \frac{1}{e^{x_0'} - 1} = 0.02022847946137940; \tag{46}$$

$$m_{\nu_m} = \sigma_m' \nu_m^3, \tag{47}$$

$$\sigma_m' = \frac{2\pi h}{c^2} z_0'', \tag{48}$$

$$z_0''=\frac{1}{e^{x_0''}-1}=0.06328706887776250; \tag{49}$$

$$n_{\nu_n}=\sigma_n'\nu_n^2, \tag{50}$$

$$\sigma_n'=\frac{2\pi}{c^2}z_0''', \tag{51}$$

$$z_0'''=\frac{1}{e^{x_0'''}-1}=0.2550009749159750. \tag{52}$$

我们利用这些数学常数$\{z_0\}$及1988年CODATA标准值,算出物理常数$\{\sigma\}$的标准值. 其中m_{λ_m}, n_{λ_n}, m_{ν_m}, n_{ν_n}分别以 $\mathrm{W/cm^2\cdot\mu m}$, $\mathrm{1/cm^2\cdot\mu m\cdot s}$, $\mathrm{W\cdot s/cm^2}$, $\mathrm{1/cm^2}$ 为单位.

$$\sigma_m=2.6290370(20)\times10^{-12}\,\mathrm{W\cdot cm^2}, \tag{53}$$

$$\sigma_n=3.81034070\times10^{9}\,\mathrm{cm/s}, \tag{54}$$

$$\sigma_m'=2.9316345(18)\times10^{-48}\,\mathrm{Ws^4/cm^2}, \tag{55}$$

$$\sigma_n'=1.7827084\times10^{-21}\,\mathrm{s^2/cm^2}. \tag{56}$$

由于这些物理常数$\{\sigma\}$是普适的,人们可以通过改变黑体的温度(例如改变标准灯的电压、功率等), 利用探测器所示的这些峰值是否符合λ_m^{-5}, λ_n^{-4}, ν_m^3, ν_n^2等规律来确定探测器是否是线性的. 如果是非线性的,则可以由这些峰值定律来校准探测器. 由于物理常数$\{\sigma\}$及这些峰值定律与物质具体特性无关, 因而可使这种校准具有客观性. 有时由于在不同波段采用了不同的探测器,从而引起刻度的一致性问题,而峰值定律可能为标准的传递提供坚实的物理基础.

4. 单色出射度的标度律

由于单色辐射出射度m_λ, m_ν与单色光子出射度n_λ, n_ν都是二元函数,因而带来下列复杂性: (1)列表与数值计算工作量大,例如文献[7]中,m_λ的数值表约占全书篇幅的33%; (2)函数图形数目无穷, 理想的办法是寻求标度律. 因为我们已经获得极大值的精确位置及一系列峰值定律,所以可以用各自的峰值为单位来量度,从而使这些二元函数绘制在各自的单一图形中.

引入下列折合量:

$$\begin{aligned}&\lambda_0=\lambda/\lambda_m,\quad \lambda^*=\lambda/\lambda_n,\\ &\nu_0=\nu/\nu_m,\quad \nu^*=\nu/\nu_n,\end{aligned} \tag{57}$$

定义下列函数:

$$\tilde{m}(\lambda_0)=\frac{m_\lambda(T,\lambda)}{m_\lambda(T,\lambda_m)},\quad \tilde{n}(\lambda^*)=\frac{n_\lambda(T,\lambda)}{n_\lambda(T,\lambda_n)},$$

$$\tilde{m}'(\nu_0)=\frac{m_\nu(T,\nu)}{m_\nu(T,\nu_m)},\quad \tilde{n}'(\nu^*)=\frac{n_\nu(T,\nu)}{n_\nu(T,\nu_n)},$$

可以证明有下列标度律:

$$m_\lambda(T,\lambda)=c_mT^5\tilde{m}(\lambda_0),$$

其中

$$\tilde{m}(\lambda_0)=\frac{e^{x_0}-1}{\lambda_0^5[e^{x_0/\lambda_0}-1]}; \tag{58}$$

表1 简约单色辐射量数值表

Table 1 The reduced monochromatic radiant quantities。

ξ	$\tilde{m}_\lambda(\xi)$	$\tilde{n}_\lambda(\xi)$	$\tilde{m}_\nu(\xi)$	$\tilde{n}_\nu(\xi)$
0.05	0.3404055829D−34	0.6973851075D−27	0.1303649520D−01	0.1182019907D+00
0.10	0.3891023239D−14	0.4641888707D−11	0.4847390064D−01	0.2269904835D+00
0.15	0.7894898887D−08	0.4346206597D−06	0.1012186026D+00	0.3267550396D+00
0.20	0.7353979427D−05	0.9467727751D−04	0.1667223903D+00	0.4178835758D+00
0.25	0.3453775142D−03	0.1955869970D−02	0.2409690437D+00	0.5007615549D+00
0.30	0.3801330804D−02	0.1287573351D−01	0.3204560461D+00	0.5757711922D+00
0.35	0.1870776267D−01	0.4495889648D−01	0.4021718849D+00	0.6432906815D+00
0.40	0.5651691926D−01	0.1069018763D+00	0.4835695033D+00	0.7036934472D+00
0.45	0.1245659572D+00	0.1983372850D+00	0.5625365387D+00	0.7573474241D+00
0.50	0.2217219289D+00	0.3110706970D+00	0.6373630334D+00	0.8046143725D+00
0.55	0.3395742263D+00	0.4335648170D+00	0.7067073274D+00	0.8458492285D+00
0.60	0.4664078321D+00	0.5548462842D+00	0.7695608427D+00	0.8813994961D+00
0.65	0.5908881854D+00	0.6665554552D+00	0.8252124418D+00	0.9116046813D+00
0.70	0.7041937427D+00	0.7634393070D+00	0.8732130013D+00	0.9367957729D+00
0.75	0.8006789647D+00	0.8429781834D+00	0.9133407792D+00	0.9572947704D+00
0.80	0.8776179866D+00	0.9046953520D+00	0.9455680820D+00	0.9734142607D+00
0.85	0.9345460930D+00	0.9494602397D+00	0.9700296562D+00	0.9854570454D+00
0.90	0.9725327004D+00	0.9789170355D+00	0.9869931423D+00	0.9937158192D+00
0.95	0.9935510703D+00	0.9950686758D+00	0.9968318467D+00	0.9984728983D+00
1.00	0.1000000000D+01	0.1000000000D+01	0.1000000000D+01	0.1000000000D+01
1.05	0.9943748786D+00	0.9957089640D+00	0.9970105968D+00	0.9985580723D+00
1.10	0.9790617040D+00	0.9840147244D+00	0.9884158400D+00	0.9943971720D+00
1.15	0.9562224182D+00	0.9665168792D+00	0.9747901545D+00	0.9877563909D+00
1.20	0.9277431036D+00	0.9445867007D+00	0.9567156812D+00	0.9788638268D+00
1.25	0.8952225821D+00	0.9193769798D+00	0.9347701256D+00	0.9679365993D+00
1.30	0.8599850542D+00	0.8918415983D+00	0.9095168008D+00	0.9551809064D+00
1.35	0.8231055524D+00	0.8627592052D+00	0.8814966847D+00	0.9407921204D+00
1.40	0.7854408994D+00	0.8327576050D+00	0.8512222968D+00	0.9249549204D+00
1.45	0.7476616716D+00	0.8023369521D+00	0.8191731958D+00	0.9078434580D+00
1.50	0.7102825861D+00	0.7718907890D+00	0.7857928952D+00	0.8896215548D+00
1.55	0.6736899881D+00	0.7417245471D+00	0.7514870036D+00	0.8704429266D+00
1.60	0.6381659037D+00	0.7120714701D+00	0.7166224027D+00	0.8504514340D+00
1.65	0.6039085973D+00	0.6831061079D+00	0.6815272879D+00	0.8297813541D+00
1.70	0.5710498333D+00	0.6549556185D+00	0.6464919123D+00	0.8085576718D+00
1.75	0.5396691720D+00	0.6277091488D+00	0.6117698882D+00	0.7868963879D+00
1.80	0.5098056795D+00	0.6014255658D+00	0.5775799167D+00	0.7649048400D+00
1.85	0.4814674270D+00	0.5761397904D+00	0.5441078314D+00	0.7426820356D+00
1.90	0.4546391371D+00	0.5518679617D+00	0.5115088591D+00	0.7203189924D+00
1.95	0.4292882889D+00	0.5286116278D+00	0.4799100126D+00	0.6978990857D+00
2.00	0.4053699590D+00	0.5063611349D+00	0.4494125456D+00	0.6754983990D+00
2.05	0.3828306320D+00	0.4850983558D+00	0.4200944129D+00	0.6531860771D+00
2.10	0.3616111753D+00	0.4647988792D+00	0.3920126886D+00	0.6310246778D+00
2.15	0.3416491422D+00	0.4454337577D+00	0.3652059065D+00	0.6090705226D+00
2.20	0.3228805371D+00	0.4269708982D+00	0.3396962943D+00	0.5873740437D+00
2.25	0.3052411515D+00	0.4093761620D+00	0.3154918828D+00	0.5659801248D+00
2.30	0.2886675601D+00	0.3926142284D+00	0.2925884745D+00	0.5449284372D+00
2.35	0.2730978479D+00	0.3766492696D+00	0.2709714656D+00	0.5242537665D+00
2.40	0.2584721281D+00	0.3614454716D+00	0.2506175158D+00	0.5039863326D+00
2.45	0.2447328942D+00	0.3469674323D+00	0.2314960662D+00	0.4841520983D+00
2.50	0.2318252456D+00	0.3331804608D+00	0.2135707085D+00	0.4647730695D+00

（续表）

ξ	$\widetilde{m}_{\lambda}(\xi)$	$\widetilde{n}_{\lambda}(\xi)$	$\widetilde{m}_{\nu}(\xi)$	$\widetilde{n}_{\nu}(\xi)$
2.55	0.2196970151D+00	0.3200507982D+00	0.1968004101D+00	0.4458675835D+00
2.60	0.2082988222D+00	0.3075457747D+00	0.1811406013D+00	0.4274505866D+00
2.65	0.1975840698D+00	0.2956339180D+00	0.1665441326D+00	0.4095339000D+00
2.70	0.1875089004D+00	0.2842850212D+00	0.1529621106D+00	0.3921264740D+00
2.75	0.1780321217D+00	0.2734701812D+00	0.1403446224D+00	0.3752346301D+00
2.80	0.1691151114D+00	0.2631618116D+00	0.1286413536D+00	0.3588622911D+00
2.85	0.1607217078D+00	0.2533336383D+00	0.1178021251D+00	0.3430111992D+00
2.90	0.1528180922D+00	0.2439606809D+00	0.1077773147D+00	0.3276811224D+00
2.95	0.1453726661D+00	0.2350192226D+00	0.9851824229D+01	0.3128700487D+00
3.00	0.1383559269D+00	0.2264867738D+00	0.8997745728D−01	0.2985743690D+00
3.05	0.1317403452D+00	0.2183420293D+00	0.8210897699D−01	0.2847890488D+00
3.10	0.1255002435D+00	0.2105648222D+00	0.7486847065D−01	0.2715077888D+00
3.15	0.1196116796D+00	0.2031360757D+00	0.6821339672D−01	0.2587231743D+00
3.20	0.1140523335D+00	0.1960377531D+00	0.6210310006D−01	0.2464268151D+00
3.25	0.1088014008D+00	0.1892528087D+00	0.5649887452D−01	0.2346094751D+00
3.30	0.1038394903D+00	0.1827651377D+00	0.5136399605D−01	0.2232611918D+00
3.35	0.9914852749D−01	0.1765595282D+00	0.4666373092D−01	0.2123713876D+00
3.40	0.9471166440D−01	0.1706216136D+00	0.4236532311D−01	0.2019289717D+00
3.45	0.9051319386D−01	0.1649378267D+00	0.3843796453D−01	0.1919224338D+00
3.50	0.8653847002D−01	0.1594953561D+00	0.3485275127D−01	0.1823399302D+00
3.55	0.8277383366D−01	0.1542821032D+00	0.3158262879D−01	0.1731693617D+00
3.60	0.7920654270D−01	0.1492866424D+00	0.2860232839D−01	0.1643984457D+00
3.65	0.7582470734D−01	0.1444981824D+00	0.2588829717D−01	0.1560147800D+00
3.70	0.7261722980D−01	0.1399065296D+00	0.2341862332D−01	0.1480059019D+00
3.75	0.6957374822D−01	0.1355020536D+00	0.2117295833D−01	0.1403593407D+00
3.80	0.6668458462D−01	0.1312756542D+00	0.1913243735D−01	0.1330626644D+00
3.85	0.6394069655D−01	0.1272187305D+00	0.1727959902D−01	0.1261035223D+00
3.90	0.6133363227D−01	0.1233231520D+00	0.1559830544D−01	0.1194696817D+00
3.95	0.5885548911D−01	0.1195812305D+00	0.1407366333D−01	0.1131490612D+00
4.00	0.5649887498D−01	0.1159856942D+00	0.1269194675D−01	0.1071297592D+00
4.05	0.5425687258D−01	0.1125296638D+00	0.1144052205D−01	0.1014000791D+00
4.10	0.5212300627D−01	0.1092066290D+00	0.1030777529D−01	0.9594855033D−01
4.15	0.5009121142D−01	0.1060104269D+00	0.9283042614D−02	0.9076394745D−01
4.20	0.4815580589D−01	0.1029352221D+00	0.8356543495D−02	0.8583530483D−01
4.25	0.4631146375D−01	0.9997548732D−01	0.7519317299D−02	0.8115192971D−01
4.30	0.4455319075D−01	0.9712598538D−01	0.6763163028D−02	0.7670341234D−01
4.35	0.4287630173D−01	0.9438175272D−01	0.6080582361D−02	0.7247963405D−01
4.40	0.4127639957D−01	0.9173808339D−01	0.5464725973D−02	0.6847077324D−01
4.45	0.3974935577D−01	0.8919051426D−01	0.4909343083D−02	0.6466780962D−01
4.50	0.3829129232D−01	0.8673481115D−01	0.4408734163D−02	0.6106002670D−01
4.55	0.3689856499D−01	0.8436695570D−01	0.3957706725D−02	0.5764001294D−01
4.60	0.3556774774D−01	0.8208313314D−01	0.3551534064D−02	0.5439866149D−01
4.65	0.3429561831D−01	0.7987972079D−01	0.3185916863D−02	0.5132766882D−01
4.70	0.3307914480D−01	0.7775327720D−01	0.2856947512D−02	0.4841903226D−01
4.75	0.3191547322D+01	0.7570053203D−01	0.2561077022D−02	0.4566504671D−01
4.80	0.3080191591D−01	0.7371837650D−01	0.2295084389D−02	0.4305830047D−01
4.85	0.2973594080D−01	0.7180385443D−01	0.2056048287D−02	0.4059167047D−01
4.90	0.2871516142D−01	0.6995415379D−01	0.1841320938D−02	0.3825831683D−01
4.95	0.2773732756D−01	0.6816659883D−01	0.1648504034D−02	0.3605167695D−01
5.00	0.2680031667D−01	0.6643864262D−01	0.1475426583D−02	0.3396545923D−01

$$n_\lambda(T, \lambda) = c_n T^4 \tilde{n}(\lambda^*),$$

其中

$$\tilde{n}(\lambda^*) = \frac{e^{x_0'} - 1}{\lambda^{*4}[e^{x_0'/\lambda^*} - 1]}; \tag{59}$$

$$m_\nu(T, \nu) = c_m' T^3 \tilde{m}'(\nu_0),$$

其中

$$\tilde{m}'(\nu_0) = \frac{e^{x_0''} - 1}{e^{x_0''\nu_0} - 1}\nu_0^3; \tag{60}$$

$$n_\nu(T, \nu) = c_n' T^2 \tilde{n}'(\nu^*),$$

其中

$$\tilde{n}'(\nu^*) = \frac{e^{x_0'''} - 1}{e^{x_0'''\nu^*} - 1}\nu^{*2}. \tag{61}$$

显然,$\tilde{m}$, $\tilde{n}$, $\tilde{m}'$, $\tilde{n}'$ 都是单变量函数,因而我们可以只作一个统一的图,和一个统一的数值表. 这些函数具有一些特点,例如:当各自宗量 $\xi=1$ 时,它们都达到统一的峰值 1;在大宗量时,它们的渐近行为很相似:

$$\tilde{m}(\xi) \sim \xi^{-4}, \quad \tilde{n}(\xi) \sim \xi^{-3}, \quad \tilde{m}'(\xi) \sim \xi^3 e^{-x_0''\xi}, \quad \tilde{n}'(\xi) \sim \xi^2 e^{-x_0'''\xi}, \tag{62}$$

而这些行为决定着 $\xi\to\infty$ 时,$\tilde{m}$ 比 $\tilde{n}$ 下降得快,$\tilde{m}'$ 比 $\tilde{n}'$ 下降得快. 它们的数值表列于表 1.

参 考 文 献

[1] Josephson B. D., *Phys. Lett.*, **1**(1962), 251.
[2] Taylor B. N., Parker W. H., Langenberg D. N., *Rev. Mod. Phys.*, **41**(1969), 375.
[3] Von Klitzing K., DordaG., Peper M., *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 494.
[4] 黄静宜,徐新闻,钟万蘅等,红外研究,**7A**(1988), 4: 281~289.
[5] 戴显熹,王新德,徐新闻,红外研究,**5A**(1986), 4: 247~256.
[6] 徐新闻,王新德,糜正瑜等,红外研究,**7A**(1988), 1: 7~13.
[7] 朱焕文,刘贤诗,郑亲波等,黑体辐射数据表,北京:科学出版社,1984.

PEAK LAWS, SCALING LAWS AND SOME RELATED PHYSICAL CONSTANTS IN BLACK-BODY RADIATION

DAI JIQIONG, MI ZHENGYU*, DAI XIANXI

(Department of physics, Fudan University, Shanghai, China)

ABSTRACT

Four peak laws and scaling laws in blackbody radiation are derived. Some related physical constants are calculated according to 1988 CODATA. The possibility of checking the linearity of radiation power detectors is also discussed.

*Shanghai Institute of Technical Physics, Academia Sinica, Shanghai, China.