

偏心铁氧体圆柱加载波导 Y 结环行器的分析

窦文斌 沈涛 孙忠良

(东南大学毫米波国家重点实验室, 江苏, 南京, 210096)

摘要 采用点匹配法结合坐标变换分析了偏心全高铁氧体圆柱加载波导 Y 结环行器的特性, 讨论了铁氧体圆柱相对于结中心的偏移对环行器性能产生的影响. 由数值计算结果可见: (1) 偏心铁氧体柱加载波导 Y 结环行器可被用作具有低插入损耗、小驻波和高隔离的高性能 Y 结隔离器; (2) 非对称波导 Y 结环行器性能的非对称性可以通过偏移铁氧体柱加以校正.

关键词 波导, 铁氧体, 环行器.

引言

波导结环行器在微波工程中有着广泛的应用, 但迄今为止, 所见文献只限于对位于结中心的铁氧体加载波导结环行器的分析, 从工程应用角度来看, 分析偏心铁氧体柱加载波导 Y 结环行器的特性亦是重要的. 将铁氧体柱作相对于结中心的适当偏移可调整或控制波导 Y 结环行器性能, 达到如下目的: (1) 使环行器中的两端之间实现低插入损耗、小驻波和高隔离, 当第三端接匹配负载后得到高性能波导 Y 结隔离器; (2) 校正非对称波导 Y 结环行器性能的非对称性. 本文采用点匹配法结合坐标变换分析了偏心全高铁氧体圆柱加载波导 Y 结环行器的特性, 数值计算结果证实了上述两点.

1 数学模型

图 1 所示是偏心全高铁氧体圆柱加载波导 Y 结环行器结构及所用坐标系的几何示意图, 其中 a 和 R 分别为矩形波导宽度和铁氧体柱半径, (r, φ) 坐标系原点 O' 位于铁氧体柱圆心, 而 (x, y) 和 (ρ, ψ) 坐标系原点 O 位于 Y 结中心, 从 O 至 O' (即从 Y 结中心至铁氧体柱圆心) 的径向矢量在 (ρ, ψ) 坐标系中以 (d_0, φ_0) 表示, 其中 d_0 和 φ_0 分别是铁氧体柱偏心距离和偏心角度. 将整个结构分成铁氧体柱区域 (记作区域 I)、围绕铁氧体柱的结区域 (记作区域 II) 以及波导区域 (记作区域 III) 等三个区域.

1.1 区域 I 和 III 中的场表达式及坐标变换

以铁氧体柱圆心为坐标原点的 (r, φ) 坐标系中处理区域 I 和区域 III 中的场. 由 Helmholtz 波动方程可求得区域 I ($r \leq R$) 中的场为^[1]:

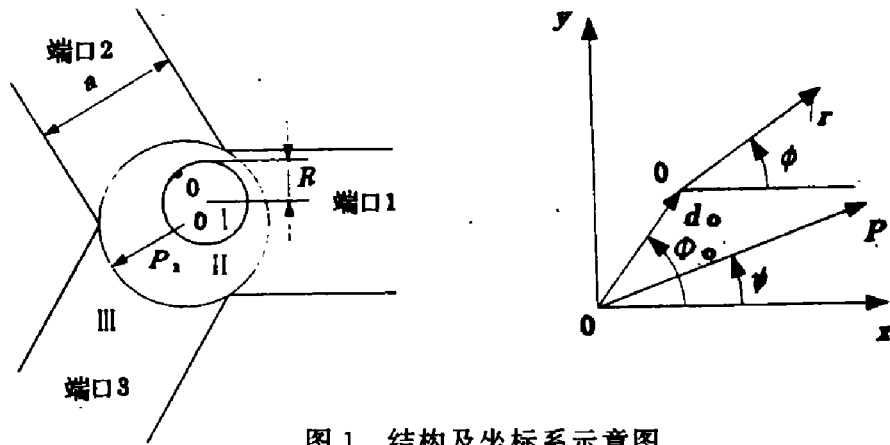


图1 结构及坐标系示意图

Fig. 1 Configuration of investigated structure and location of coordinate systems

$$E_z(r, \varphi) = \sum_{n=0} J_n(K_{eff}r)(a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi), \quad (1)$$

$$H_\varphi(r, \varphi) = -jY_f \sum_{n=0} \left\{ a_n \left[J'_n(K_{eff}r) \cos n\varphi - j \frac{nK}{\mu K_{eff}r} J_n(K_{eff}r) \sin n\varphi \right] + b_n \left[J'_n(K_{eff}r) \sin n\varphi + j \frac{nK}{\mu K_{eff}r} J_n(K_{eff}r) \cos n\varphi \right] \right\}, \quad (2)$$

其中

$$K_{eff}^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_f \mu_{eff}, \quad (3)$$

$$Y_f = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_f}{\mu_0 \mu_{eff}}}, \quad (4)$$

$$\mu_{eff} = \frac{\mu^2 - K^2}{\mu}; \quad (5)$$

$J_n(\cdot)$ 为 n 阶第一类 Bessel 函数, $N_n(\cdot)$ 为 n 阶第二类 Bessel 函数, 撇号代表对宗量求导, ω 为角频率, ϵ_0 和 μ_0 分别为自由空间介电常数及磁导率, ϵ_f 为铁氧体相对介电常数, μ 和 K 分别为铁氧体张量磁导率中的对角及非对角元素, 系数 a_n 和 b_n 分别为未知的模式幅度.

类似地, 区域 I ($r \geq R$) 中的场为

$$E_z(r, \varphi) = \sum_{n=0} [J_n(k_0 r)(d_n \cos n\varphi + g_n \sin n\varphi) + Y_n(k_0 r)(e_n \cos n\varphi + f_n \sin n\varphi)], \quad (6)$$

$$H_\varphi(r, \varphi) = -jY_0 \sum_{n=0} [J'_n(k_0 r)(d_n \cos n\varphi + g_n \sin n\varphi) + Y'_n(k_0 r)(e_n \cos n\varphi + f_n \sin n\varphi)]; \quad (7)$$

其中

$$K_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0, \quad (8)$$

$$Y_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad (9)$$

系数 $d_n, e_n, f_n,$ 和 g_n 分别为未知的模式幅度.

由区域 I 及区域 II 交界面上 $r=R$ 上的切向场连续性条件及三角函数的正交性条件, 可将式(6)和(7)中未知系数 d_n, e_n, f_n 和 g_n 用式(1)和(2)中的未知系数 a_n 和 b_n 表示为

$$d_n = M_{1n} a_n + jM_{2n} b_n, \quad (10)$$

$$e_n = M_{3n} a_n + jM_{4n} b_n, \quad (11)$$

$$f_n = -jM_{4n}a_n + M_{3n}b_n, \quad (12)$$

$$g_n = -jM_{2n}a_n + M_{1n}b_n. \quad (13)$$

为了与波导中的场匹配,需将以上在以铁氧体柱圆心为坐标原点的 (r, φ) 坐标系中处理的两个区域的场表达式转换到以结中心为坐标原点的 (ρ, ψ) 坐标系中去. 假设铁氧体柱偏心距离 d_0 不大,有如下坐标变换关系^[2]:

$$J_n(k_0 r) \sin n\varphi = g_n^{JOS} J_0(k_0 \rho) + \sum_{p=1} [g_{pn}^{JSS} J_p(k_0 \rho) \sin p\psi + g_{pn}^{JCS} J_p(k_0 \rho) \cos p\psi]. \quad (14)$$

$$J_n(k_0 r) \cos n\varphi = g_n^{JOC} J_0(k_0 \rho) + \sum_{p=1} [g_{pn}^{JSC} J_p(k_0 \rho) \sin p\psi + g_{pn}^{JCC} J_p(k_0 \rho) \cos p\psi]. \quad (15)$$

$$Y_n(k_0 r) \cos n\varphi = g_n^{JOS} Y_0(k_0 \rho) + \sum_{p=1} [g_{pn}^{JSS} Y_p(k_0 \rho) \sin p\psi + g_{pn}^{JCS} Y_p(k_0 \rho) \cos p\psi]. \quad (16)$$

$$Y_n(k_0 r) \sin n\varphi = g_n^{JOC} Y_0(k_0 \rho) + \sum_{p=1} [g_{pn}^{JSC} Y_p(k_0 \rho) \sin p\psi + g_{pn}^{JCC} Y_p(k_0 \rho) \cos p\psi]. \quad (17)$$

其中, $g_n^{JOS}, g_n^{JOC}, g_{pn}^{JSS}, g_{pn}^{JCS}, g_{pn}^{JSC}$ 和 g_{pn}^{JCC} 是铁氧体柱偏心距离 d_0 和偏心角度 φ_0 的函数.

将式(10~17)代入式(6),可得经坐标变换后区域Ⅰ中的电场 $E_z(\rho, \psi)$,再将其代入

$$H_\psi = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial \rho}, \quad (18)$$

可得经坐标变换后的区域Ⅰ中的磁场 $H_\psi(\rho, \psi)$.

本文采用点匹配法,在区域Ⅰ与区域Ⅲ(即结与波导)交界面 $\rho = \rho_1 = a/\sqrt{3}$ 上取一组 ψ 值不同的匹配点,区域Ⅰ中电场和磁场可以用矩阵形式表示为

$$[\bar{E}_z] = \{ [E_{za}^R] + j[E_{za}^I] [E_{zb}^R] + j[E_{zb}^I] \} \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$[\bar{H}_\psi] = \{ [H_{\psi a}^R] + j[H_{\psi a}^I] [H_{\psi b}^R] + j[H_{\psi b}^I] \} \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \end{bmatrix}; \quad (20)$$

其中 $\bar{E}_z = [E_z(\rho_1, \psi_1) E_z(\rho_1, \psi_2) \dots E_z(\rho_1, \psi_m) \dots]^T, \quad (21)$

$$\bar{H}_\psi = [H_\psi(\rho_1, \psi_1) H_\psi(\rho_1, \psi_2) \dots H_\psi(\rho_1, \psi_m) \dots]^T, \quad (22)$$

$$\bar{a} = [a_0 a_1 \dots a_n \dots]^T, \quad (23)$$

$$\bar{b} = [b_1 b_2 \dots b_n \dots]^T. \quad (24)$$

1.2 区域Ⅲ中的场表达式

因为铁氧体圆柱是满高度的,入射场为 TE_{10} 模,则区域Ⅲ中所有散射场均为 TE_{m0} 模. 在区域Ⅰ与区域Ⅲ交界面 $\rho = \rho_1 = a/\sqrt{3}$ 上取一组 ψ 值不同的匹配点,区域Ⅲ中电场和磁场可以用矩阵形式表示为

$$[\bar{E}_z] = \begin{bmatrix} [E_{z1}^{1R}] + j[E_{z1}^{1I}] & [0] & [0] \\ [0] & [E_{z2}^{2R}] + j[E_{z2}^{2I}] & [0] \\ [0] & [0] & [E_{z3}^{3R}] + j[E_{z3}^{3I}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{c}^1 \\ \bar{c}^2 \\ \bar{c}^3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \bar{E}_{z1}^{1R} \\ \delta_2 \bar{E}_{z2}^{2R} \\ \delta_3 \bar{E}_{z3}^{3R} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} \delta_1 \bar{E}_{z1}^{1I} \\ \delta_2 \bar{E}_{z2}^{2I} \\ \delta_3 \bar{E}_{z3}^{3I} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$[\bar{H}_\psi] = \begin{bmatrix} [H_{\psi}^{1R}] + j[H_{\psi}^{1I}] & [0] & [0] \\ [0] & [H_{\psi}^{2R}] + j[H_{\psi}^{2I}] & [0] \\ [0] & [0] & [H_{\psi}^{3R}] + j[H_{\psi}^{3I}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{c}^1 \\ \bar{c}^2 \\ \bar{c}^3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \bar{H}_{\psi}^{1R} \\ \delta_2 \bar{H}_{\psi}^{2R} \\ \delta_3 \bar{H}_{\psi}^{3R} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} \delta_1 \bar{H}_{\psi}^{1I} \\ \delta_2 \bar{H}_{\psi}^{2I} \\ \delta_3 \bar{H}_{\psi}^{3I} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

其中 $\bar{c}^i = [c'_{r10} \ c'_{r20} \ \dots \ c'_{rq0} \ \dots]^T$, (27)

[0]为零矩阵, δ_i 为狄拉克算子, c'_{r10} 为未知的第 i ($i=1, 2, 3$)个波导中主模反射或传输系数(由其可得到环行器散射参数), c'_{rq0} ($q \geq 2$)为未知的第 i 个波导中高次模幅度.

1.3 区域 I 与区域 III 的场匹配

将式(19), (20), (25)及(26)代入区域 I 与区域 III 交界面 $\rho = \rho_1 = a/\sqrt{3}$ 上的切向场连续性条件, 可得未知系数列向量为 $[\bar{a} \ \bar{b} \ \bar{c}^1 \ \bar{c}^2 \ \bar{c}^3]^T$ (T 代表转置)的矩阵方程, 解此方程, 即可得到环行器的散射参数.

如果令 $\mu=1$, 且 $k=0$, 则本文所述方法亦完全适用于对偏心介质圆柱加载波导 Y 结的电磁散射特性的分析.

2 数值计算结果和讨论

图 2 所示是结中心的铁氧体圆柱加载 X 波段波导 Y 结环行器散射参数(用分贝数表示)随频率的变化关系, 由图 2 可见, 本文结果与文献[1]计算结果完全吻合. 为了进一步验证本文方法的正确性, 我们亦在 Ka 波段进行了实验, 图 3 分别给出了铁氧体柱位于结中心和偏离结中心时 Ka 波段波导 Y 结环行器隔离参数 S_{23} 随频率变化关系的计算结果和实验结果, 由图 3 可以看出, 计算结果与实验结果基本吻合.

图 4 所示是位于结中心的铁氧体圆柱加载 Ka 波段波导 Y 结环行器的散射参数随频率的变化关系. 图 5 所示是铁氧体柱偏心距离 $d_0=0.5\text{mm}$, 偏心角度 $\varphi_0=0^\circ$ (其余参数同图 4)

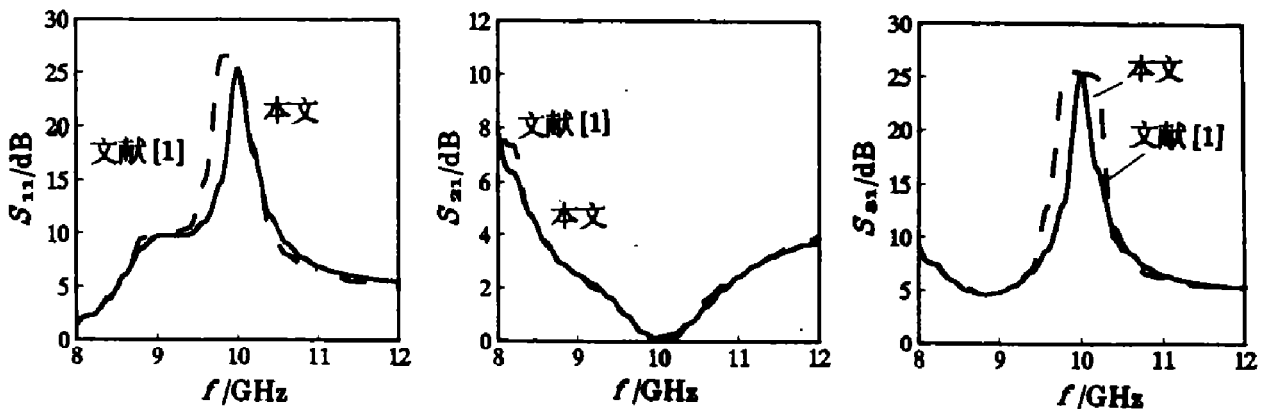


图 2 位于结中心的铁氧体柱加载 X 波段环行器特性
 ($a=22.86\text{mm}$, $R=3\text{mm}$, $\epsilon_f=15.5$, $H_f=200\text{Oe}$, $4\pi M=1000\text{Gauss}$)
 Fig. 2 Performances of X-band circulator with centred ferrite post

的环行器散射参数随频率的变化关系. 显然, 当铁氧体柱偏离结中心时, 环行器性能不再具有对称性, 必须用 9 个散射参数才能完全表征之. 对比图 4 和图 5 可见, 当铁氧体柱偏离结中心时, 在环行器频率为 35GHz 附近, 散射参数 S_{33} 和 S_{31} 均提高了, 这意味着如果端口 2 接匹配负载, 适当调节偏心距离和角度, 偏心铁氧体柱加载波导 Y 结环行器可被用作具有低插入损耗、小驻波和高隔离的高性能隔离器.

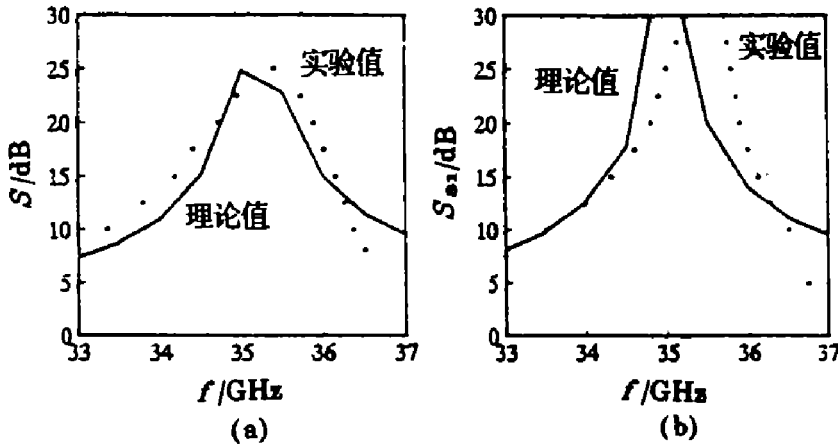


图 3 铁氧体柱加载 Ka 波段环行器隔离特性
(a) 位于结中心 (b) 偏心

($a=7.112\text{mm}, R=0.92\text{mm}, \epsilon_f=13.85, H_i=200\text{Oe},$
 $4\pi M=4850\text{Gauss}, d_0=0.5\text{mm}, \varphi_0=0^\circ$)

Fig. 3 Isolation performances of Ka-band circulator with ferrite post
(a) centred (b) off-centred

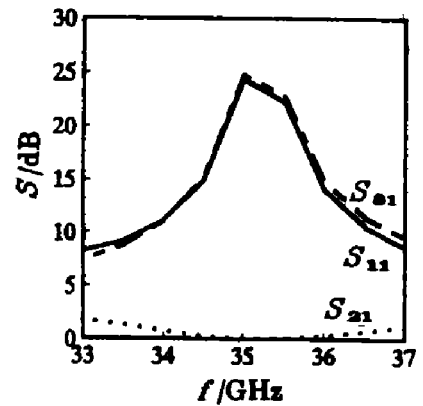


图 4 位于结中心的铁氧体柱加载环行器特性

($a=7.112\text{mm}, R=0.92\text{mm}, \epsilon_f=13.85, H_i=200\text{Oe},$
 $4\pi M=4850\text{ Gauss}$)

Fig. 4 Performances of circulator with centred ferrite post

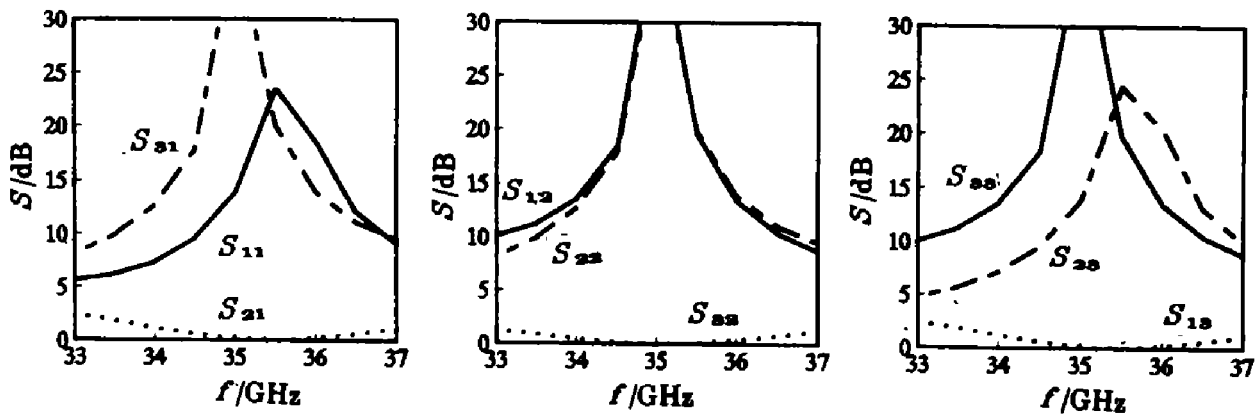


图 5 偏心铁氧体柱加载环行器特性

($a=7.112\text{mm}, R=0.92\text{mm}, \epsilon_f=13.85, H_i=200\text{Oe}, 4\pi M=4850\text{Gauss}, d_0=0.5\text{mm}, \varphi_0=0^\circ$)

Fig. 5 Performances of circulator with off-centred ferrite post

图 6 所示是非对称波导 Y 结环行器的结构示意图, 其中, L 是 H 面波导弯头与 Y 结中心的距离. 由于具有易与系统内其它单元电路相连接的优点, 因此, 非对称波导 Y 结环行器在实际微波工程中获得了广泛的应用. 非对称波导 Y 结环行器的散射矩阵可以通过多端口连接法由 (对称) 波导 Y 结环行器, 其电长度为 θ ($\theta=\beta L, \beta$ 是相移常数) 的波导段和 H 面弯头的散射矩阵给出^[3].

图 7 和图 8 所示分别是当铁氧体柱位于结中心和偏离结中心时 Ka 波段非对称波导 Y 结环行器的散射参数随频率的变化关系。很明显,当铁氧体柱位于结中心时,由于存在两个 H 面弯头,环行器性能是不对称的(见图 7);然而,这种由非对称 Y 结造成的性能不对称可以通过将铁氧体柱作相对于结中心的适当偏移造成的环行器性能的不对称性来加以抵消(见图 8)。由图 8 可以看出,对应于 H 面弯头与 Y 结中心距离 $L=8.07\text{mm}$,当铁氧体柱偏

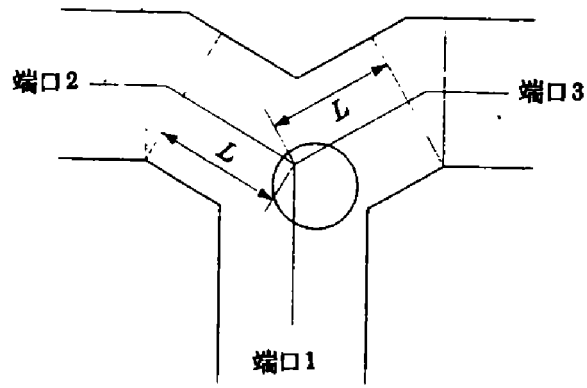


图 6 非对称环行器结构示意图

Fig. 6 Configuration of asymmetrical circulator

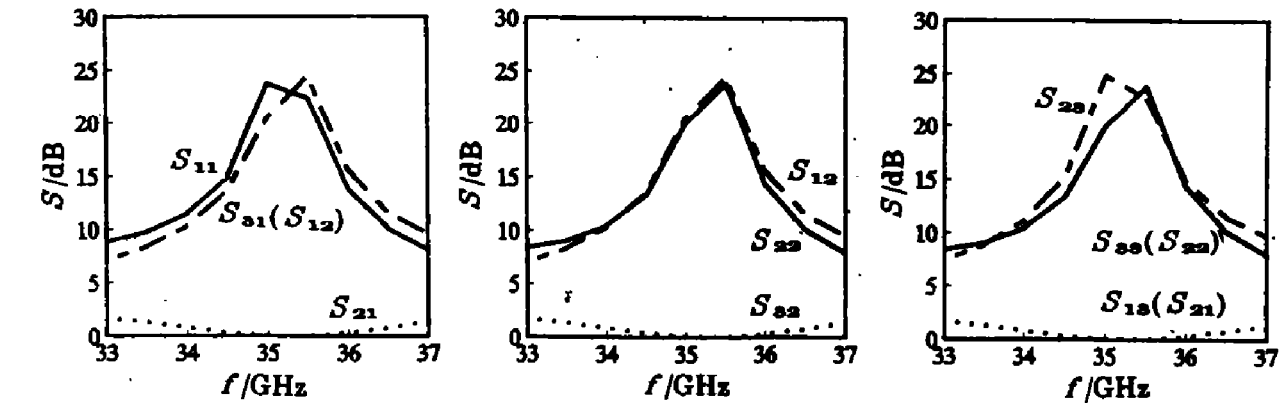


图 7 位于结中心的铁氧体柱加载非对称环行器特性

($a=7.112\text{mm}$, $R=0.92\text{mm}$, $\epsilon_f=13.85$, $H_1=200\text{Oe}$, $4\pi M=4850\text{Gauss}$, $L=8.07\text{mm}$)

Fig. 7 Performances of asymmetrical circulator with centred ferrite post

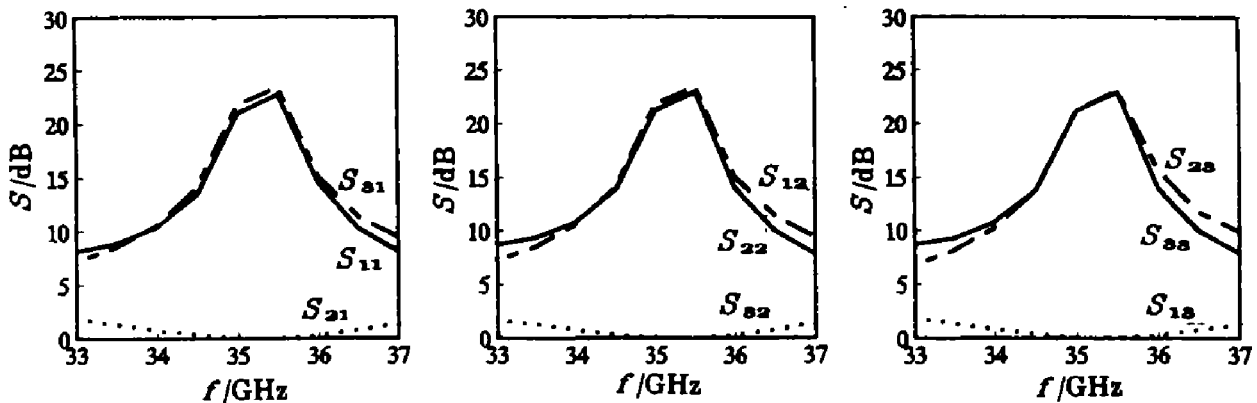


图 8 偏心铁氧体柱加载非对称环行器特性

($a=7.112\text{mm}$, $R=0.92\text{mm}$, $\epsilon_f=13.85$, $H_1=200\text{Oe}$, $4\pi M=4850\text{Gauss}$, $L_0=0.1\text{mm}$, $\varphi_0=0^\circ$, $L=8.07\text{mm}$)

Fig. 8 Performances of asymmetrical circulator with off-centred ferrite post

心距离 $d_0 = 0.1\text{mm}$, 偏心角度 $\varphi_0 = 0^\circ$ 时, 环行器性能又重新趋于对称, 因此, 非对称波导 Y 结环行器性能的非对称性可以通过偏移铁氧体柱加以校正. 在实际工程中, 波导 Y 结的机械加工总是存在一定随机误差的, 由此造成的环行器性能的不对称亦可通过偏移铁氧体柱加以校正.

参考文献

- 1 El-Shandwily M E, *et al. IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1973, **MTT-21**(6); 392
- 2 Gesche R, Löchel N. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1988, **MTT-36**(1); 137
- 3 Gupta K C, *et al. Computer-Aided Design of Microwave Circuits*, Dedham, USA: Artech House, 1981

ANALYSIS OF WAVEGUIDE Y-JUNCTION CIRCULATOR WITH OFF-CENTRED CIRCULAR FERRITE POST

Dou Wenbin, Shen Tao, Sun Zhongliang

(State Key Laboratory of Millimeter Waves,
Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract The characteristics of a waveguide Y-junction circulator with an off-centred circular ferrite post were analyzed by the point-matching method based on coordinate transformation. The influence of the ferrite post displacement from the junction center on the circulator performances was discussed. It can be concluded from the numerical results that: (1) The circulator with an off-centred ferrite post can be used as an excellent Y-junction isolator with low insertion loss, low VSWR and high isolation; (2) The asymmetrical performances of an asymmetrical waveguide Y-junction circulator can be corrected by the ferrite post displacement.

Key words waveguides, ferrites, circulators.