

不同鉴别阈值条件下 SiPM 光子计数激光雷达探测模型及性能分析

刘欣缘¹, 肖毅¹, 马跃¹, 向雨琰¹, 郭高峰², 王家炜², 黄炜怡¹, 谭崇涛¹, 李松^{1,3*}

(1. 武汉大学电子信息学院, 湖北武汉 430072;

2. 中国空间技术研究院, 北京 100098;

3. 武汉量子技术研究院, 湖北武汉 430010)

摘要: 硅光电倍增管 (Silicon Photomultiplier, SiPM) 具有极高的探测灵敏度和响应速度, 且在多光子条件下具有较高的动态范围以及线性响应的特性, 在光子计数激光雷达应用中有独特的优势。然而, 由于 SiPM 多像元、单时间通道的工作模式, 其输出电压信号相较于其他单光子探测器更大概率出现脉冲堆叠现象, 不同鉴别阈值条件下的 SiPM 探测过程更为复杂。针对该问题, 本文建立了 SiPM 光子事件响应模型, 以此为基础分析了由脉冲堆叠引发的屏蔽效应和触发效应两种特殊情况的时域分布, 最终建立了 SiPM 半解析的探测概率与虚警概率模型。同时, 搭建了基于 SiPM 探测器的光子计数雷达系统, 通过观察实测输出电压波形以及光子点云分布与理论模型相符 ($R^2 > 0.95$)。通过查全率与查准率对不同鉴别阈值的 SiPM 光子点云分布进行定量评价, 并给出最优鉴别阈值区间, 这对基于 SiPM 的光子计数激光雷达系统硬件参数的优化设计以及探测性能的定量分析具有重要的指导意义。

关键词: 硅光电倍增管; 脉冲堆叠; 鉴别阈值; 探测概率模型

中图分类号: TN241 文献标识码: A

The photon detection mode and performance analysis of SiPM photon counting Lidar under different discrimination thresholds

LIU Xin-Yuan¹, XIAO Yi¹, MA Yue¹, XIANG Yu-Yan¹, GUO Gao-Feng², WANG Jia-Wei²,
HUANG Wei-Yi¹, TAN Chong-Tao¹, LI Song^{1,3*}

(1. School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. China Academy of Space Technology, Beijing 100098, China;

3. Wuhan Institute of Quantum Technology, Wuhan 430010, China)

Abstract: Silicon photomultiplier (SiPM) is a silicon array structure based on the Geiger mode avalanche photodiode. It not only has extremely high photon counting sensitivity and response speed, but also has the characteristics of high dynamic range and linear response under the multi-photon condition, which makes it have unique advantages in the application of photon counting LIDAR. However, due to the multi-pixel, single-time channel working mode of SiPM, its output voltage has a greater probability of pulse pile up compared with other single-photon detectors. Therefore, the detection process of SiPM under different discrimination thresholds is more complicated. To solve this problem, a SiPM photon event response model is established in this paper. Based on this, the time-domain distributions of the shielding effect and the triggering effect caused by pulse pile up are discussed. Finally, the semi-analytic detection probability and false alarm probability models of SiPM are established. At the same time, a photon counting Lidar system based on SiPM detector is built, and the theoretical model is verified by observing that the measured output voltage waveform and point cloud distribution are consistent with the theoretical model ($R^2 > 0.95$). Furthermore, the distribution of SiPM photon point cloud with different discrimination thresholds is quantitatively evaluated by the recall and precision ratio, and the optimal discrimination threshold interval is given, which has important guiding significance for the design and theo-

收稿日期: 2023-02-02, 修回日期: 2023-08-25

Received date: 2023-02-02, Revised date: 2023-08-25

基金项目: 国家自然科学基金 (41971302), 湖北省重点研发计划 (2022BID016)

Foundation items: Supported by the National Natural Science Foundation of China (41971302), the Key Research Project of Hubei Province (2022BID016)

作者简介 (Biography): 刘欣缘 (1996—), 男, 汉族, 江苏南京人, 博士研究生, 主要研究领域为极弱信号探测. E-mail: lxy1996@whu.edu.cn

* 通讯作者 (Corresponding author): E-mail: ls@whu.edu.cn

retical analysis of photon counting Lidar system based on SiPM.

Key words: photomultiplier tubes, pulse pile up, discrimination threshold, detection probability model

引言

激光雷达技术具有精度高、测程远、指向性高、能够短时间内获取目标距离信息等优势,其利用飞行时间(Time of Flight, TOF)技术控制激光器向目标发射脉冲,通过记录激光往返时间来计算目标距离。由于脉冲回波信号能量随探测距离的平方衰减,因此在远距离激光测距等场景中的极弱信号探测成为了目前的主要难题^[1]。随着半导体与材料技术的飞速发展,单光子探测器日益成熟,例如盖革模式雪崩光电二极管(Geiger-mode Avalanche Photodiode, Gm-APD)^[2]、光电倍增管(Photomultiplier, PMT)^[3]等。得益于其低器件噪声、极高的灵敏度以及优异的时间分辨率,并配合时间相关单光子计数技术以离散光子数代替光强,光子计数激光雷达在自动驾驶^[4]、地理测绘^[5]、深度成像^[6]等领域发挥了重要的作用。

目前,Gm-APD是光子探测领域最为广泛使用的单光子探测器之一。在盖革模式下APD工作在反向击穿电压之上,接收到一个光子时产生载流子触发雪崩效应,光电转换增益可达 10^6 。Gm-APD具有光子计数灵敏度高、体积小、易实现多元集成等特点。俄罗斯科学家最早提出了Gm-APD的硅基阵列结构,称作硅光电倍增管(Silicon Photomultiplier, SiPM)或多像素光子计数器(Multi-Pixel Photon Counter, MPPC)^[7,8]。通过在每个像元雪崩结的基底上生长出电阻层作为独立的淬灭电阻并覆盖上金属薄膜作为导线,实现了各像元独立响应和汇聚输出的并联阵列。SiPM不但具有和Gm-APD一样的光子计数灵敏度和响应速度^[9],而且在多光子条件下具有较高的动态范围以及线性响应的特性,即输出信号的电压幅度与该时刻发生雪崩像元的个数成正比。基于这些优势,SiPM被广泛应用在原子核物理^[10]、天体物理^[11]、核医学^[12]以及激光雷达^[13]等领域。然而,因其特殊的阵列式结构,SiPM相较于Gm-APD更易受到暗计数以及相邻像元之间光学串扰的影响。M. Akiba等人研究了SiPM的温度特性并研发了一种将SiPM冷却到液氮温度的系统,将暗计数率降低至0.2 cps以下^[14]。俄罗斯的CPTA公司最先引入了沟壑技术分隔相邻像元,将SiPM的

光学串扰率从10%降低到小于1%^[15]。

尽管对暗计数、光学串扰和温度漂移的研究已经有了显著成果,但由于SiPM特殊的多像元、单时间通道的工作模式,其输出电压信号相较于其他单光子探测器具有更大出现脉冲堆叠现象的概率,对不同鉴别阈值条件下SiPM探测性能理论模型的建立始终是一个难点。2013年,张国青等人在不考虑死时间效应的情况下对SiPM的探测率和虚警率进行了公式推导^[16];2018年,刘鸿彬等人分析了SiPM的回波响应模型、噪声特性以及测距精度模型^[17];2021年,陈建光等人分析了SiPM激光雷达在阳光下的探测概率,并对强背景光下SiPM的模拟输出情况进行了仿真^[18];2022年,邱剑等人利用激光雷达方程和SiPM响应的统计性质,推导了不同鉴别阈值条件下SiPM激光雷达的距离游走误差模型^[19];向雨琰等人分析了脉冲高度分布以及脉冲堆叠效应对PMT探测性能的影响,但只考虑了两个脉冲堆叠的情况^[20]。目前,对SiPM的探测概率分析普遍停留在不考虑脉冲堆叠效应的近似情况下,而难以符合SiPM的实际工作特征。

基于上述问题,本文分析了SiPM在不同鉴别阈值条件下的探测模型与探测性能。首先,建立了SiPM光子事件响应模型,并在此基础上讨论了由脉冲堆叠引发的屏蔽效应和触发效应两种特殊情况时的时域分布,并最终建立了SiPM半解析的探测概率与虚警概率模型。进一步地,搭建了基于SiPM探测器的光子计数雷达系统,通过观察SiPM实测输出电压波形以及光子点云分布与理论模型相符,验证了理论模型的正确性。最后,为了对不同鉴别阈值的SiPM光子点云分布进行定量评价,引入查全率与查准率以及 F_1 系数进行鉴别阈值的去噪效果评估,并给出最优鉴别阈值区间,对基于SiPM的光子计数激光雷达系统设计以及理论分析具有重要的指导意义。

1 理论模型

1.1 接收光子的时域分布模型

在光子计数激光雷达系统中,经目标反射的激光脉冲回波信号往往包含数个或者数十个光子,对于带有一定粗糙度的近似平面或斜面目标,其在时

域上的分布可以用高斯分布进行近似描述:

$$n_s(t) = \frac{N_s}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} e^{-\frac{(t-t_{\text{target}})^2}{2\sigma_p^2}}, \quad (1)$$

其中, σ_p 表示接收信号的均方根脉宽, 其与半高全宽 (Full Width Half Maximum, FWHM) 关系是 $\text{FWHM}=2.355\sigma_p$, t_{target} 为目标位置的对应时刻, N_s 可以近似表示为在目标到达时刻激光脉冲范围 ($t_{\text{target}} - 3\sigma_p, t_{\text{target}} + 3\sigma_p$) 内接收到的信号光子个数, 它受到发射激光脉冲峰值功率、目标距离、大气透过率和接收系统参数等诸多因素的影响, 通常可以通过激光雷达方程进行估计:

$$N_s = \int_{t_{\text{target}} - 3\sigma_p}^{t_{\text{target}} + 3\sigma_p} \frac{P_t(t)}{hv} \cdot \frac{4T_a\eta_i}{\pi\theta_i^2 R^2} \Gamma_1 \rho \frac{T_a\eta_r\eta_{\text{PDE}}A_r}{\pi R^2} \cos\theta_0 dt, \quad (2)$$

式中, $P_t(t)$ 为发射激光脉冲的瞬时功率, h 为普朗克常数, ν 为激光频率, T_a 为单程大气透过率, η_i 为激光发射系统效率, θ_i 为激光半发散角, R 为激光雷达到目标的距离, Γ_1 为目标反射截面积, ρ 为目标反射率, η_r 为接收光学系统效率, η_{PDE} 为探测器量子效率, A_r 为接收望远镜面积, θ_0 为入射方向与反射截面法线的夹角。

激光雷达系统中的噪声主要来自探测器视场内的太阳背景光噪声和探测器内部电路的暗计数噪声, 二者相互独立且在时域上服从均匀分布, 因此系统总噪声可以表示为:

$$f_n = f_b \cdot \eta_{\text{PDE}} + f_d, \quad (3)$$

式中, f_n 表示系统的总噪声率 (单位为赫兹), f_b 表示背景光噪声率, f_d 表示单光子探测器的暗计数率, SiPM 的暗计数噪声主要是由于 PN 结内部所产生的热电子运动引起的, 每个暗计数都是热电子在高电场区所引发的雪崩结果, 暗计数率与微像元光敏面大小、反向工作电压以及温度相关^[21], 通常为几十至上百 kHz。

假设光子计数激光雷达系统使用计时设备的最小时间分辨率为 τ , 则每个时间区间 ($t_i, t_i + \tau$) 内单个像元接收到的光子数为:

$$N_{\text{single}}(t_i, t_i + \tau) = \frac{n_s(t_i, t_i + \tau)}{N_{\text{cell}}} + \frac{n_n(t_i, t_i + \tau)}{N_{\text{cell}}} = \frac{1}{N_{\text{cell}}} \cdot \int_{t_i}^{t_i + \tau} \frac{N_s}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} e^{-\frac{(t-t_{\text{target}})^2}{2\sigma_p^2}} dt + \frac{(f_b \cdot \eta_{\text{PDE}} + f_d) \cdot \tau}{N_{\text{cell}}}, \quad (4)$$

式中, $n_s(t_i, t_i + \tau)$ 和 $n_n(t_i, t_i + \tau)$ 为每个时间区间内接收的信号和噪声光子数, N_{cell} 为 SiPM 的像元数目。

1.2 SiPM 光子事件响应模型

SiPM 单个像元在时间区间 ($t_i, t_i + \tau$) 内响应的光子事件数 ε 满足泊松分布^[22]:

$$P(t_i, t_i + \tau; K = \varepsilon) = \frac{(N_{\text{single}})^{\varepsilon}}{\varepsilon!} \cdot e^{-N_{\text{single}}} = \frac{\left(\frac{n_s(t_i, t_i + \tau) + n_n(t_i, t_i + \tau)}{N_{\text{cell}}}\right)^{\varepsilon}}{\varepsilon!} \cdot e^{-\left(\frac{n_s(t_i, t_i + \tau) + n_n(t_i, t_i + \tau)}{N_{\text{cell}}}\right)}, \quad (5)$$

则在该时间区间内没有响应光子事件的概率为:

$$P(t_i, t_i + \tau; K = 0) = 1 - P(t_i, t_i + \tau; K \geq 1) = e^{-\left(\frac{n_s(t_i, t_i + \tau) + n_n(t_i, t_i + \tau)}{N_{\text{cell}}}\right)}. \quad (6)$$

SiPM 每个像元分别为独立的 Gm-APD, 其存在死区时间效应, 即响应光子事件后的一段固定时间内无法响应任何其他光子事件, 因此 SiPM 单个像元 (或者单个 Gm-APD) 的光子事件响应概率需要重新改写为:

$$P_{\text{single}}(t_i, t_i + \tau) = \begin{cases} \left(1 - \sum_{n=1}^{i-1} P(t_i, t_i + \tau; K \geq 1)\right) \cdot P(t_i, t_i + \tau; K \geq 1) & (i \leq n_{\text{id}}) \\ \left(1 - \sum_{n=i-n_{\text{id}}}^{i-1} P(t_i, t_i + \tau; K \geq 1)\right) \cdot P(t_i, t_i + \tau; K \geq 1) & (i > n_{\text{id}}) \end{cases}, \quad (7)$$

其中, n_{id} 为死区时间所包含的时间区间个数。考虑到时间区间的宽度 τ 很小, 通常为 200 ps, 同时回波信号光子平均分摊在单个像元的光子数很少, 因此同一时间区间内单个像元响应两个以上光子事件的概率可以忽略不计, 即 $P(t_i, t_i + \tau; K \geq 2) \approx 0$ 。此时, 包含 N_{cell} 个像元的 SiPM 在某个时间区间内同时响应 n 个光子事件数的概率可以根据二项分布表示为:

$$F(t_i, t_i + \tau; n, N_{\text{cell}}) = C_{N_{\text{cell}}}^n \cdot P_{\text{single}}(t_i, t_i + \tau)^n \cdot (1 - P_{\text{single}}(t_i, t_i + \tau))^{N_{\text{cell}} - n}, \quad (8)$$

其中, $C_{N_{\text{cell}}}^n = N_{\text{cell}}! / [n!(N_{\text{cell}} - n)!]$ 为二项式系数。

需要注意的是, 此时响应的光子事件数并不是 SiPM 最终被输出和记录的光子事件数。光子事件从响应到输出记录需要经过模拟电路的电压波形叠加以及阈值鉴别的过程。具体地说, 当某个像元响应光子事件后, 该像元的输出端口将产生电压脉冲 $v(t)$, 与此同时, 雪崩被锁存在该像元内, 并不影响其他的像元, 其他像元仍然处于偏压状态并可以

检测光子。所有像元的输出引脚共在一起,因此当不同像元同时响应光子事件时,输出电压幅度为所有发生雪崩的像元数目叠加,最终通过设定鉴别阈值来记录光子事件。

1.3 不同鉴别阈值下的探测概率与虚警概率模型

1.3.1 阈值鉴别的基本原理与特殊情况

图1展示了输出电路脉冲堆叠效应造成的两种特殊情况,为了更好地近似实际情况,使用偏态高斯函数模拟单个像元的输出电压脉冲 $v(t)$,并设置其中心位于每个时间区间的中点:

$$v(t, \alpha) = \frac{V}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_v^2}\right) \cdot \left(1 + \operatorname{erf}\left(\alpha \cdot \frac{t-t_0}{\sqrt{2}\sigma_v}\right)\right), \quad (9)$$

式中, σ_v 为脉冲均方根脉宽, α 为偏态系数, t_0 为产生电压脉冲峰值时刻, $\operatorname{erf}(\cdot)$ 为误差函数。图1中第一行展示了单个像元接收光子数及光子事件响应概率的时域分布;第二行展示了SiPM像元阵列的响应情况,其中白色方块为未响应像元,灰色方块为响应像元,并随之进入死区时间状态;第三行展示了在上述像元响应的情况下电路输出电压的时域波形,其中黄色虚线表示为不同数量(对应像元响应个数)的脉冲电压 $v(t)$ 堆叠后的结果,黄色实线为最终实际的输出电压波形,紫色实线为预设鉴别阈值;第四行展示了光子事件的记录结果。图1(a)表明,当两个超过鉴别阈值的电压脉冲堆叠时,鉴别电路有可能无法分辨出两个脉冲,从而只能记录一个光子事件,这种现象称之为屏蔽效应。图1(b)表明,当两个未超过鉴别阈值的电压脉冲堆叠时,有

可能形成幅值更高的脉冲,从而导致堆叠后的电压波形超过阈值,并被记录为一个光子事件,这种现象称之为触发效应。显然,屏蔽效应和触发效应主要受到单个像元输出电压脉冲的波形 $v(t)$ 以及鉴别阈值的影响,其中电压脉冲波形 $v(t)$ 取决于SiPM的电路设计,通常不可改变,但鉴别阈值可以进行调整。因此,需要分析不同鉴别阈值条件下SiPM的探测性能。

假设单个像元的输出电压脉冲 $v(t)$ 的幅值为 V ,鉴别阈值为 T , $R=T/V$, $k=\operatorname{floor}(R)$,其中 $\operatorname{floor}(\cdot)$ 表示向下取整函数,时间区间 $(t_i, t_i+\tau)$ 内所有像元响应的光子事件总数为 $n_i=n_s+n_n$ 。根据SiPM的探测模型,可以归纳出在时间区间 $(t_i, t_i+\tau)$ 内成功记录光子事件需要满足以下两个条件之一:

(1)当前时间区间内响应的光子事件所产生的电压脉冲幅值超过阈值,并且上一个时间区间 $(t_i-\tau, t_i)$ 内的电压脉冲没有超过阈值,即没有发生屏蔽效应。令发生屏蔽效应的光子事件时域分布组合为 $D_{\text{PB}}(V, T; n_i > k)$;

(2)当前时间区间与先前若干个时间区间内响应的光子事件所产生的电压脉冲幅值均没有超过阈值,而堆叠之后的电压波形超过阈值,即发生了触发效应,令发生触发效应的光子事件时域分布组合为 $D_{\text{CF}}(V, T; n_i \leq k)$;

显然,上述两种条件对应的光子事件分布组合 D_{PB} 、 D_{CF} 随着鉴别阈值 T 的变化而改变,并且随着 k 的增加,可能的分布组合数量呈指数性增长,遍历所有分布组合情况是一种NP-Hard问题。因此,为了计算不同鉴别阈值下的探测概率与虚警概率,需要建立 D_{PB} 、 D_{CF} 的近似时域分布模型。

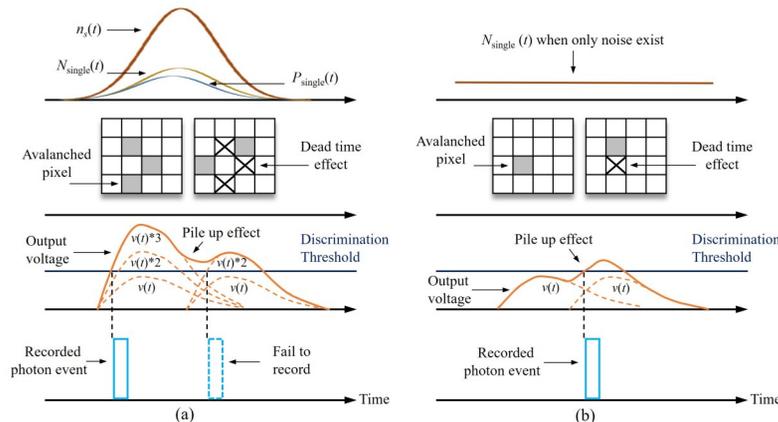


图1 脉冲堆叠造成的(a)屏蔽效应和(b)触发效应

Fig. 1 (a)Shielding effect and (b)triggering effect caused by pulse pile up

1.3.2 屏蔽效应 D_{PB} 近似时域分布模型

如图2所示,以 $\sigma_v=1\text{ns}$, $\alpha=5$, $\tau=200\text{ps}$ 为例^[17],当鉴别阈值 $T=2.5\text{V}$,当前时间区间 Γ_i 响应3个光子事件,在时间区间 Γ_{i-1} 、 Γ_{i-2} 、 Γ_{i-3} 内分别响应3个光子事件时均会产生屏蔽效应(如图2中红色虚线方框内所示),而在时间区间 Γ_{i-4} 响应3个光子事件时则不会产生屏蔽效应,此时可以认为前3个时间区间范围内随机响应 $[3, +\infty)$ 个光子事件的任意组合下均产生屏蔽效应。同理,在时间区间 Γ_{i-1} 、 Γ_{i-2} 、 Γ_{i-3} 、 Γ_{i-4} 内分别响应4个光子事件时均会产生屏蔽效应(如图2中红色虚线方框内所示),而在时间区间 Γ_{i-5} 响应4个光子事件时则不会产生屏蔽效应,此时可以认为前4个时间区间范围内随机响应 $[4, +\infty)$ 个光子事件的任意组合下均产生屏蔽效应。简化为:

$$\begin{aligned} D_{PB}(V, T = 2.5V; n_i = k + 1) = \\ D_{PB}(V, T = 2.5V; n_i = k + 1, \\ m \geq 3, 0 < p \leq 3) \cup D_{PB}(V, T = 2.5V; \\ n_i = k + 1, m \geq 4, 0 < p \leq 4) \cup \dots \end{aligned} \quad (10)$$

其中, p 的取值范围为先前时间区间的位置范围, m 为 p 时间区间范围内响应的光子事件数。需要注意的是,虽然在实际情况中电压脉冲 $v(t)$ 有可能在任意时刻产生,但考虑到本文中时间区间的分辨率足够小,仅为 200ps ,因此存在的误差可忽略不计。显然,发生屏蔽效应的光子事件时域分布组合可以近似为 $n_i > k$ 所有情况下的分布组合的并集:

$$\begin{aligned} D_{PB}(V, T; n_i > k) \approx D_{PB}(V, T; n_i = k + 1, m, p) \cup \\ D_{PB}(V, T; n_i = k + 2, m, p) \cup D_{PB}(V, T; n_i = k + 3, m, p) \\ \cup D_{PB}(V, T; n_i = k + 4, m, p) \cup \dots \end{aligned} \quad (11)$$

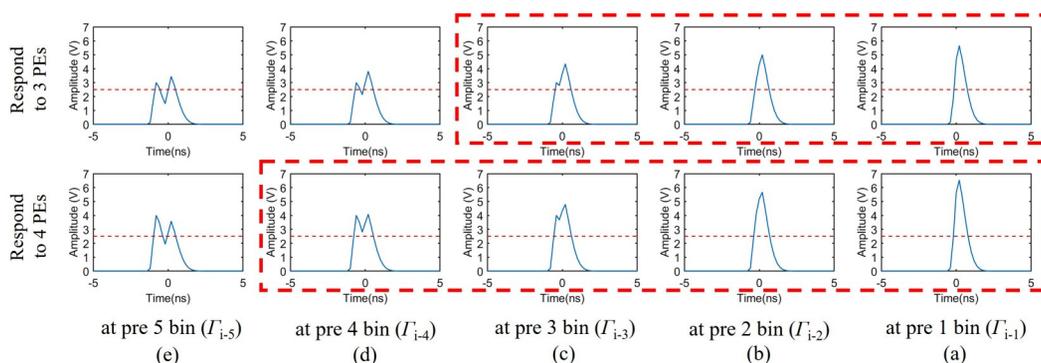


图2 当鉴别阈值 $T=2.5\text{V}$,当前时间区间 Γ_i 响应3个光子事件时,在时间区间(a) Γ_{i-1} 、(b) Γ_{i-2} 、(c) Γ_{i-3} 、(d) Γ_{i-4} 、(e) Γ_{i-5} 内响应3(第一行)、4(第二行)个光子事件的堆叠电压波形($\Gamma_i=(t_i, t_i+\tau)$,时间区间分辨率为 200ps)

Fig. 2 When the discrimination threshold is $T=2.5\text{V}$ and the current time interval Γ_i responds to 3 photon events, the piled up voltage waveforms of 3 (the first row) and 4 (the second row) photon events respond at the (a) Γ_{i-1} , (b) Γ_{i-2} , (c) Γ_{i-3} , (d) Γ_{i-4} and (e) Γ_{i-5} time interval ($\Gamma_i=(t_i, t_i+\tau)$, the time interval resolution is 200ps)

其中, m, p 分别表示时间区间位置以及对应时间区间响应光子事件数的组合向量。

1.3.3 触发效应DCF近似时域分布模型

如图3所示,当鉴别阈值 $T=2.5\text{V}$,当前时间区间 Γ_i 响应1个光子事件,在时间区间 Γ_{i-1} 内响应2个光子事件时会产生触发效应(如图3(I)中红色虚线方框内所示),而在时间区间 Γ_{i-2} 内响应2个光子事件时则不会产生触发效应。同理,当前时间区间 Γ_i 响应2个光子事件时,在时间区间 Γ_{i-1} 、 Γ_{i-2} 内分别响应1个光子事件时均会产生触发效应(如图3(II)中红色虚线方框内所示),此时可以认为前2个时间区间范围内随机响应 $[1, 2]$ 个光子事件的任意组合下均产生屏蔽效应;以此类推,前3个时间区间范围内随机响应2个光子事件的任意组合下均产生屏蔽效应,简化为:

$$\begin{aligned} D_{CF}(V, T = 2.5V; n_i = 1) = D_{CF}(V, T = 2.5V; n_i \\ = 1, 2 \leq m \leq k, 0 < p \leq 1) \quad (12) \\ D_{CF}(V, T = 2.5V; n_i = 2) = \\ D_{CF}(V, T = 2.5V; n_i = 2, \\ 1 \leq m \leq k, 0 < p \leq 2) \cup \dots \quad (13) \\ D_{CF}(V, T = 2.5V; n_i = 2, \\ 2 \leq m \leq k, 0 < p \leq 3) \end{aligned}$$

显然,产生触发效应的光子事件时域分布组合可以近似为 $n_i \leq k$ 所有情况下的分布组合的并集:

$$\begin{aligned} D_{CF}(V, T; n_i \leq k) \approx D_{CF}(V, T; n_i = \\ 1, m, p) \cup D_{CF}(V, T; n_i = 2, m, p) \cup \dots \\ \cup D_{CF}(V, T; n_i = k, m, p) \quad (14) \end{aligned}$$

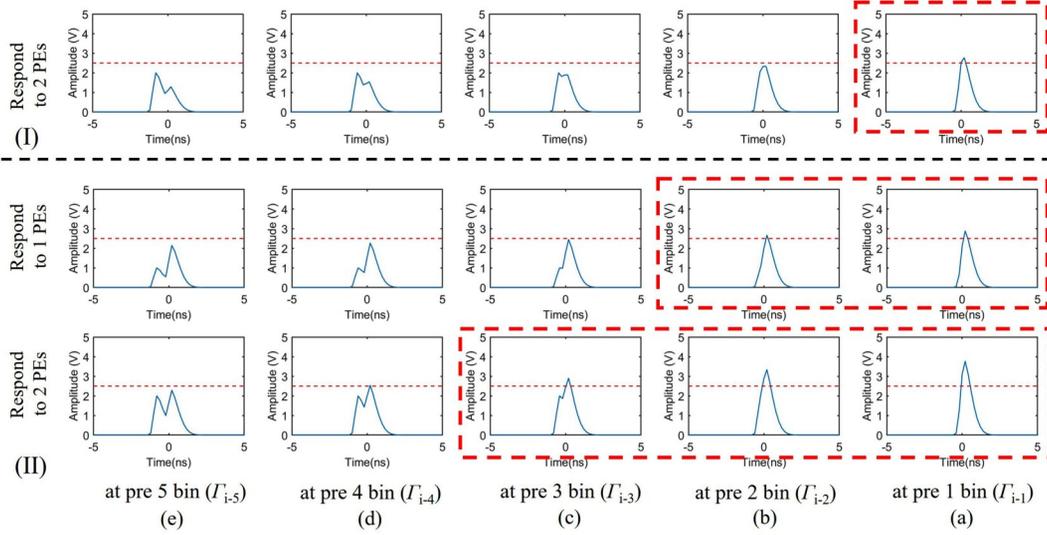


图3 当鉴别阈值 $T=2.5 V$, (I)当前时间区间 Γ_i 响应1个光子事件时,在时间区间(a) Γ_{i-1} 、(b) Γ_{i-2} 、(c) Γ_{i-3} 、(d) Γ_{i-4} 、(e) Γ_{i-5} 内分别响应2个光子事件的堆叠电压波形, (II)当前时间区间 Γ_i 响应2个光子事件时,在时间区间(a) Γ_{i-1} 、(b) Γ_{i-2} 、(c) Γ_{i-3} 、(d) Γ_{i-4} 、(e) Γ_{i-5} 内分别响应1(第二行)、2(第三行)个光子事件的堆叠电压波形(时间区间分辨率为200 ps)

Fig. 3 When the discrimination threshold is $T=2.5 V$, (I) the piled up voltage waveform while the current time interval Γ_i responds to one photon event and the (a) Γ_{i-1} , (b) Γ_{i-2} , (c) Γ_{i-3} , (d) Γ_{i-4} and (e) Γ_{i-5} time intervals respond to two photon events, (II) the piled up voltage waveform while the current time interval Γ_i responds to two photon events and the (a) Γ_{i-1} , (b) Γ_{i-2} , (c) Γ_{i-3} , (d) Γ_{i-4} and (e) Γ_{i-5} time intervals respond to one(the second row) and two(the third row) photon events (the time interval resolution is 200 ps)

1.3.4 探测概率与虚警概率

综上, SiPM 不同鉴别阈值条件下在时间区间

$$P_d(t_i, t_i + \tau; V, T) \approx \sum_{n_i=1}^k \left[F(t_i, t_i + \tau; n_i, N_{\text{cell}}) \cdot \sum_{m,p} P[D_{\text{CF}}(V, T; n_i, m, p)] \right] + \sum_{n_i=k+1}^{\infty} \left[F(t_i, t_i + \tau; n_i, N_{\text{cell}}) \cdot \left(1 - \sum_{m,p} P[D_{\text{PB}}(V, T; n_i, m, p)] \right) \right] \quad (15)$$

式中, $P[D_{\text{PB}}(V, T; n, m, p)]$ 、 $P[D_{\text{CF}}(V, T; n, m, p)]$ 分别表示产生屏蔽效应与触发效应的光子事件时域分布组合的概率。在具体计算过程中, 由于信号脉宽范围内 SiPM 各个时间区间接收到的光子数不同, 因此每个时间区间内响应的光子事件数分别服从不同概率的二项分布, 此时 $P[D_{\text{PB}}(V, T; n, m, p)]$ 、 $P[D_{\text{CF}}(V, T; n, m, p)]$ (即连续多个时间区间内光子事件分布概率) 为多维离散变量的联合概率, 其概率密度为各个时间区间对应的二项分布概率密度的离散卷积。通过累积信号脉宽范围内所有时间区间的探测概率, 可以得到该鉴别阈值条件下的总探测概率。需要注意的是, 当电压脉冲 $v(t)$ 的脉宽很窄时, 存在探测概率大于1的情况, 此时其

($t_i, t_i + \tau$) 的探测概率可以近似表示为:

物理意义表示为信号光子事件期望个数:

$$E_{\text{signal}}(V, T) = \sum_{t_i = t_{\text{target}} - 3\sigma_p}^{t_{\text{target}} + 3\sigma_p} P_d(t_i, t_i + \tau; V, T). \quad (16)$$

在只有背景噪声的情况下, SiPM 单个像元(或者单个 Gm-APD)的光子事件响应概率需要重新改写为:

$$P_{\text{single}}^n = \left[1 - n_{\text{td}} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_n \cdot \tau}{N_{\text{cell}}}\right) \right) \right] \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_n \cdot \tau}{N_{\text{cell}}}\right) \right). \quad (17)$$

将上式带入式(8)与式(15), 可以计算得到在该鉴别阈值条件下仍能记录光子事件的概率, 即为虚警概率 $P_f(V, T)$:

$$P_f(V, T) \approx \sum_{n_i=1}^k \left[F(n_i, N_{\text{cell}}) \cdot \sum_{m,p} P[D_{\text{CF}}(V, T; n_i, m, p)] \right] + \sum_{n_i=k+1}^{\infty} \left[F(n_i, N_{\text{cell}}) \cdot \left(1 - \sum_{m,p} P[D_{\text{PB}}(V, T; n_i, m, p)] \right) \right] \quad (18)$$

其中, $F_n(n_i, N_{\text{cell}}) = C_{N_{\text{cell}}}^{n_i} \cdot (P_{\text{single}}^n)^{n_i} \cdot (1 - P_{\text{single}}^n)^{N_{\text{cell}} - n_i}$ 。

由于背景噪声在时域上呈均匀分布,因此每个时间区间内响应的光子事件数服从相同概率的二项分布,此时 $P[D_{\text{PB}}(V, T; n, m, p)]$ 、 $P[D_{\text{CF}}(V, T; n, m, p)]$ 可利用二项分布的可加性进行计算。通过统计时间门限范围(除信号范围)时间区间的虚警概率,可以得到噪声光子事件期望个数:

$$E_{\text{noise}}(V, T) = P_f(V, T) \cdot \frac{\text{range} - 6\sigma_p}{\tau}, \quad (19)$$

其中, range 为门限持续时间。

2 实验验证

为了验证理论模型,搭建了基于SiPM探测器的光子计数雷达系统,如图4所示。半导体泵浦固体激光器通过函数发生器(Signal Generator)激励,发射波长为532 nm、半高全宽为1.8 ns的激光脉冲,一部分激光反射至光电二极管(PIN)中产生Start信号,另一部分激光经过固定衰减片以及连续可调衰减片(NDC-100C-2)衰减至几个至几十个光子量级的能量,最终由接收望远镜收集,经光纤传输至SiPM (JOINBON JPC-1050-TEC)。SiPM的输出信号作为Stop信号,与Start信号共同传输至时间相关单光子计数器(TCSPC-TDC Fast ComTec MCS6A4T 2)中,计算机通过控制时间相关单光子计数器的鉴别阈值,采集并记录不同鉴别阈值下的光子事件数据。

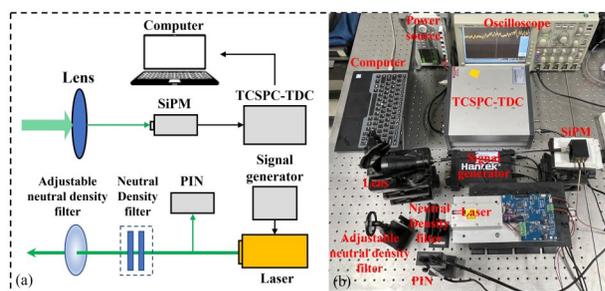


图4 光子计数雷达系统, (a)系统框图, (b)系统实物图
Fig. 4 Photon counting Lidar system, (a)schematic (b)photograph

控制接收端的回波信号光子个数可以由以下方法得到:在暗室中打开激光器,取走固定衰减片和可调衰减片,将高精度高带宽APD模块(THOR-LABS-APD430M)接入接收系统的光纤,通过示波器读取此时APD模块输出的幅值 V_p 和脉冲半高全宽 t_h , 此时回波脉冲中的光子数可以由下式计算

得到:

$$\tilde{N}_s = \frac{V_p t_h}{S_v M R_i h \nu}, \quad (20)$$

其中, h 为普朗克常数, ν 为激光频率, S_v 为光子频率为 ν 时APD的灵敏度, M 为APD增益, R_i 为APD模块的跨阻放大倍数。放入固定衰减片和连续可调衰减片后,考虑探测器的量子效率,光子计数雷达系统接收到的光子数为:

$$N_s = \eta_{\text{PDE}} \cdot \tilde{N}_s \times 10^{-\beta - \alpha \theta}, \quad (21)$$

其中, β 为固定衰减片的衰减系数, α 为可调衰减片的衰减系数, θ 为可调衰减片被激光照射位置对应的刻度,通过调节衰减片的角度就能得到相应的光子数。

表1 SiPM及系统参数

Table 1 SiPM and system parameters

参数	值
像元总数 N_{cell}	324
单像元死区时间 t_d	45 ns
量子效率@532 nm η_{PDE}	25%
暗计数 f_d	3.3 kHz
输出信号幅值 V	100 mV
输出信号脉宽 σ_r	50 ns
时间分辨率 τ	200 ps
时间门限 range	800 ns

实验中所用SiPM及系统参数如表1所示。通过示波器观察SiPM的输出信号,图5(a)给出了单个光子事件响应时的输出电压脉冲波形,可以看到该波形的上升沿时间很短,但具有明显的拖尾,约为100 ns。由图5(b)可以看出,输出信号具有明显且频繁的脉冲堆叠现象,堆叠后的脉冲电压幅值约为单个脉冲电压幅值的正整数倍。图5(c)、(d)给出了不同情况下的SiPM实测输出电压脉冲波形,其中蓝色虚线为预设的鉴别阈值。其中,图5(c)显示了由脉冲堆叠引起的屏蔽效应,即先前响应的光子时间脉冲电压拖尾使后响应的光子事件无法被记录。图5(d)显示了由脉冲堆叠引起的触发效应,即后响应的光子事件脉冲电压由先前响应的光子时间脉冲电压堆叠而更有可能被记录为光子事件。

通过调节连续可调衰减片与背景光强度,设置 $N_s=0.35$ 、 $f_n=7$ MHz, $N_s=1.5$ 、 $f_n=7$ MHz, $N_s=3$ 、 $f_n=5$ MHz, $N_s=3$ 、 $f_n=15$ MHz 进行实验。图6分别给出了上述条件下不同鉴别阈值的虚警概率与探测概率的理论与实验结果对比,其中,红色实线为理论计

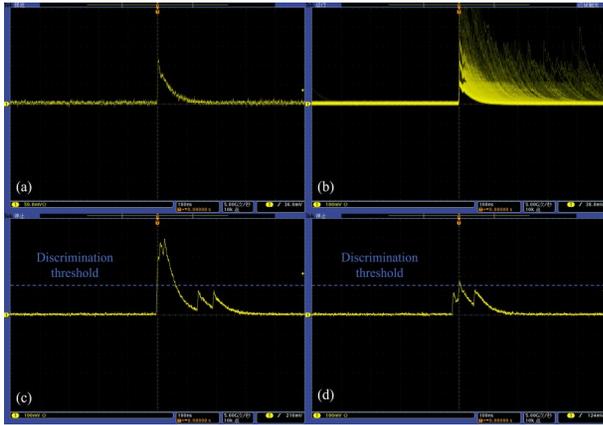


图5 不同情况下的SiPM实测输出波形, (a)单个光子事件输出电压脉冲波形, (b)多个光子事件输出电压脉冲波形, (c)脉冲堆叠引起的屏蔽效应, (d)脉冲堆叠引起的触发效应
Fig. 5 Measured output waveform of SiPM under different conditions, (a) output waveform when responding to one photon event, (b) output waveform when responding to multiple photon events, (c) shielding effect caused by pulse pile up, (d) triggering effect caused by pulse pile up

算结果,黄色“*”为实验结果,该实验结果是测量10 000次的统计结果。可以看到,不同鉴别阈值下的理论计算结果与实验结果具有较好的一致性,平均R-square大于0.95,因此验证了本文理论模型的正确性。进一步地,在 $R=TV > 1$ 时,随着鉴别阈值的提升,脉冲堆叠引起的触发效应得到抑制,因此虚警概率显著下降。而在 $R=TV < 1$ 时,脉冲堆叠引起的屏蔽效应更为明显,因此出现了随着鉴别阈值的提升,虚警概率和探测概率均逐渐增大的现象。在背景噪声率相同的情况下,随着平均信号光子数的增加,由图6(a)和(b)可以看到,SiPM的探测概率逐渐增大。而在平均信号光子数相同的情况下,随着背景噪声率的增大,噪声光子事件堆叠而被记录的可能性增加,因此虚警概率也逐渐增大。同时,由图6(c)和(d)可以看到,探测概率最大值所对应的鉴别阈值区间也随着背景噪声率的增大而逐渐提升,这是由于噪声光子事件的增加而导致SiPM输出电路总电压幅值抬升,因此需要更高的鉴别阈值才可以记录信号光子事件引起的电压脉冲上升沿信号。

图7给出了 $N_s=3, f_n=15$ MHz时不同鉴别阈值条件下的光子点云分布结果,其中横坐标表示测量次数,纵坐标表示每个测量周期内激光脉冲发射(start信号到达时间相关单光子计数器)后的时间区间序列,时间区间沿着纵轴箭头的距离越远,代表激光

脉冲的飞行时间越长,时间区间的总和为式(19)中的range变量,即门限持续时间。图7展示了500次测量(发射500发激光脉冲)的光子点云分布结果。可以看到,中间区域更为密集的光子点云为信号光子,而时间分布较为离散且不相关的光子点云为噪声光子。从光子点云分布角度看,脉冲堆叠引发的屏蔽效应与触发效应十分明显。在鉴别阈值较低时,信号到达后的局部区域出现了明显的“空白”,而随着鉴别阈值的提升,该“空白”区域逐渐缩小,即脉冲堆叠引发的屏蔽效应逐渐减弱。随着鉴别阈值进一步地增大,信号到达后的局部区域光子点云密度变大,意味着此时脉冲堆叠引发的触发效应占主导作用,同时噪声光子点云也更加稀疏,因此进一步验证了本文理论模型的正确性。

3 结果讨论

由图7可以看到,当鉴别阈值较小时,虽然信号光子事件的探测概率较高,但同时引入了更多的噪声光子事件。当鉴别阈值较大时,虽然噪声光子事件显著减少,但信号光子事件也逐渐稀疏,因此需要讨论鉴别阈值的最优选择。为了对不同鉴别阈值的点云分布进行定量评价,引入统计学分类领域的两个度量值:查全率 R_{ec} (Recall)和查准率 P_{re} (Precision)。其中,查全率表示鉴别阈值对应成功记录信号光子事件占有所有接收信号光子的比例;查准率表示鉴别阈值对应成功记录光子事件中,真实接收信号光子事件所占的比例。两个度量值的计算公式如下:

$$R_{ec} = \frac{TP}{TP + FN} \quad , \quad (22)$$

$$P_{re} = \frac{TP}{TP + FP} \quad , \quad (23)$$

式中, TP 表示通过鉴别阈值筛选的信号光子事件个数, FN 表示接收信号光子中未被记录为信号光子事件的个数, FP 表示通过鉴别阈值筛选出的噪声光子事件个数。在光子点云数据中,查全率 R_{ec} 数值越大,表示鉴别阈值筛选的光子事件越多,当 $R_{ec}=1$ 时,表示鉴别阈值将每一次探测的信号光子都成功筛选出来;查准率 P_{re} 数值越大,表示鉴别阈值记录噪声光子事件的比例越小,当 $P_{re}=1$ 时,表示鉴别阈值筛选的光子事件均为信号光子事件。对于同一个鉴别阈值而言,查全率 R_{ec} 和查准率 P_{re} 是相互制约的两个因素,因此使用查全率 R_{ec} 和查准率 P_{re} 的调和平均值 F 系数来定量评价鉴别阈值的去噪效果^[23],

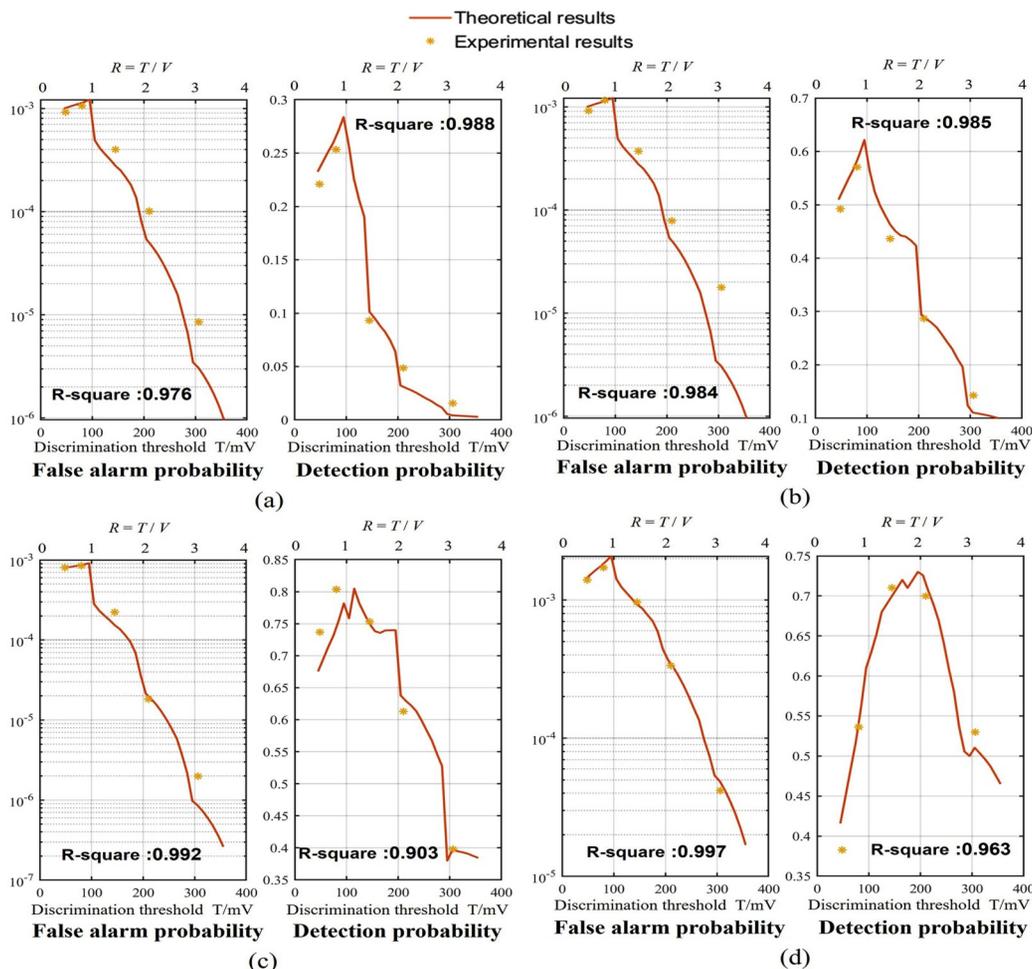


图6 不同鉴别阈值的虚警概率与探测概率的理论及实验结果对比, (a) $N_s=0.35$, $f_n=7$ MHz, (b) $N_s=1.5$, $f_n=7$ MHz, (c) $N_s=3$, $f_n=5$ MHz, (d) $N_s=3$, $f_n=15$ MHz

Fig. 6 The theoretical and experimental comparisons of false alarm probability and detection probability with different discrimination thresholds, (a) $N_s=0.35$, $f_n=7$ MHz, (b) $N_s=1.5$, $f_n=7$ MHz, (c) $N_s=3$, $f_n=5$ MHz, (d) $N_s=3$, $f_n=15$ MHz

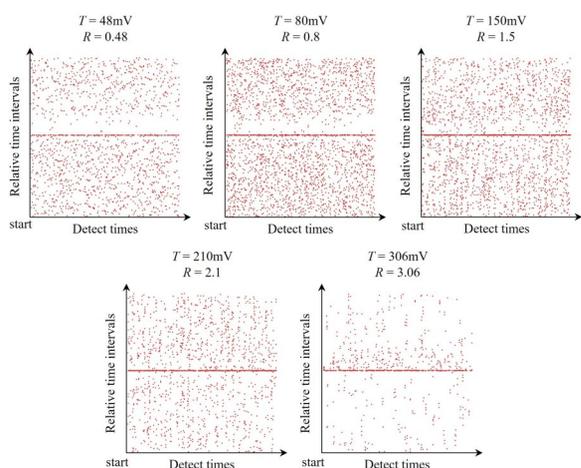


图7 $N_s=3$, $f_n=15$ MHz 时不同鉴别阈值条件下的光子点云分布

Fig. 7 Point cloud distribution under different discrimination thresholds when $N_s=3$ and $f_n=15$ MHz

F 系数越大表示该鉴别阈值对信号光子事件的筛选结果越好, 公式如下:

$$F_{\beta} = (1 + \beta^2) \frac{P_{re} \cdot R_{ec}}{\beta^2 P_{re} + R_{ec}}, \quad (24)$$

其中, β 为权重因子, 当 $\beta=1$ 时, 查全率 R_{ec} 和查准率 P_{re} 两者的权重相同, 即:

$$F_1 = \frac{2P_{re} \cdot R_{ec}}{P_{re} + R_{ec}}. \quad (25)$$

图8分别给出了实验条件下不同鉴别阈值的查准率、查全率与 F_1 系数的理论与实验结果对比。可以看到, 理论计算结果与实验结果较为吻合。通过观察不同平均信号光子数与背景噪声率情况下的 F_1 系数, 当背景噪声率与平均信号光子数水平较小时, 鉴别阈值 R 的最优选择区间为 1.5~2。随着背景噪声率的增大, 鉴别阈值 R 的最优选择区间也逐渐增大。为了进一步分析不同条件下的鉴别阈值

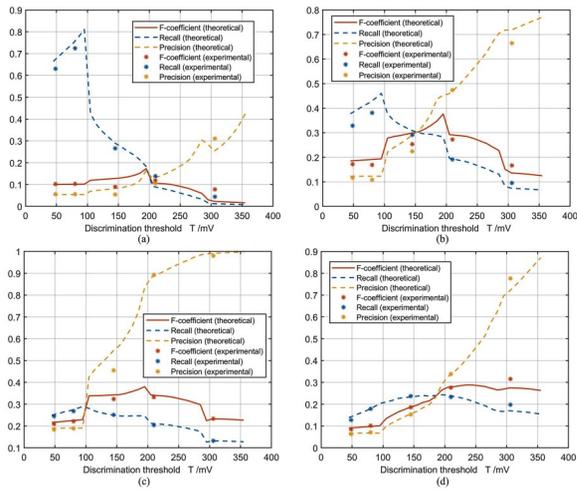


图8 不同鉴别阈值的查全率、查准率与 F_1 系数的理论与实验结果对比, (a) $N_s=0.35, f_n=7$ MHz, (b) $N_s=1.5, f_n=7$ MHz, (c) $N_s=3, f_n=5$ MHz, (d) $N_s=3, f_n=15$ MHz

Fig. 8 Comparison of the theoretical and experimental results of the recall, precision and F_1 coefficient of different discrimination thresholds, (a) $N_s=0.35, f_n=7$ MHz, (b) $N_s=1.5, f_n=7$ MHz, (c) $N_s=3, f_n=5$ MHz, (d) $N_s=3, f_n=15$ MHz

最优选择,图9给出了当回波信号的脉宽 $\sigma_p=2$ ns,背景噪声率 f_n 分别为10 MHz、30 MHz时,不同平均信号光子数 N_s 、鉴别阈值 R 条件下的理论 F_1 系数等高线。可以看到,当背景噪声率 f_n 为10 MHz、平均信号光子数 N_s 小于4时,鉴别阈值 R 设置为2~2.5范围内的 F_1 系数最大,即筛选结果最优。随着平均信号光子数 N_s 的逐渐增大,信噪比逐渐提升,此时 F_1 系数的最优鉴别阈值区间也逐渐提升。当背景噪声率 f_n 增大至30 MHz时,鉴别阈值 R 的最优区间提升至3.2~3.6,即需要更高的鉴别阈值来滤除噪声光子事件。

4 总结

考虑到SiPM通常工作在多光子、高噪声的光子计数激光雷达探测场景中,由于其为多像元、单时间通道的工作模式,其输出电压信号相比于其他单光子探测器具有更大概率出现脉冲堆叠现象,因此本文分析了SiPM在不同鉴别阈值条件下的探测模型与探测性能。首先,建立了SiPM光子事件响应模型,并在此基础上讨论了由脉冲堆叠引发的屏蔽效应和触发效应两种特殊情况的时域分布,并最终建立了SiPM半解析的探测概率与虚警概率模型。进一步地,为了验证本文所提出的半解析模型,搭建了基于SiPM探测器的光子计数雷达系统,通过观察SiPM实测输出电压波形以及光子点云分布与理论

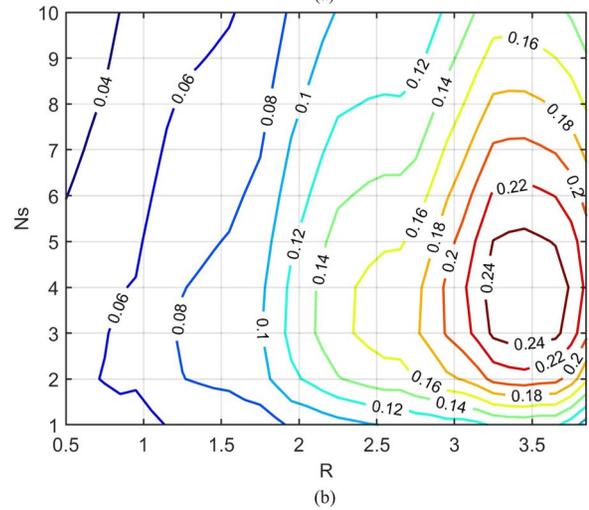
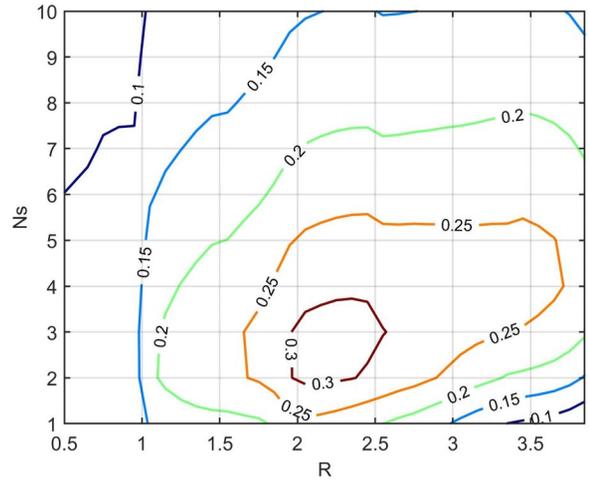


图9 不同平均信号光子数 N_s 、鉴别阈值 R 条件下的理论 F_1 系数等高线图, (a) $f_n=10$ MHz, $\sigma_p=2$ ns, (b) $f_n=30$ MHz, $\sigma_p=2$ ns

Fig. 9 The contour map of the theoretical F_1 coefficient under different average signal photon numbers N_s and discrimination thresholds R , (a) $f_n=10$ MHz, $\sigma_p=2$ ns, (b) $f_n=30$ MHz, $\sigma_p=2$ ns

模型相符,同时模型计算结果与实验结果的平均R-square大于0.95,因此验证了本文理论模型的正确性。

利用理论模型进行定量分析发现,在 $R=T/V>1$ 时,随着鉴别阈值的提升,脉冲堆叠引起的触发效应得到抑制,因此虚警概率显著下降。在背景噪声率相同的情况下,随着平均信号光子数的增加, SiPM的探测概率逐渐增大。而在平均信号光子数相同的情况下,随着背景噪声率的增大,噪声光子事件堆叠而被记录的可能性增加,因此虚警概率也逐渐增大。同时,探测概率最大值所对应的鉴别阈值区间也随着背景噪声率的增大而逐渐提升。为

了对不同鉴别阈值的光子点云分布进行定量评价,引入查全率与查准率以及 F_1 系数进行鉴别阈值的去噪效果评估。针对JOINBON JPC-1050-TEC型号的SiPM模块,当背景噪声率 f_n 为10 MHz、平均信号光子数 N_s 小于4时,鉴别阈值 R 设置为2~2.5范围内的 F_1 系数最大,即筛选结果最优。随着平均信号光子数 N_s 的逐渐增大,信噪比逐渐提升,此时 F_1 系数的最优鉴别阈值区间也逐渐提升。

综上,本文提出的模型相比于传统光子探测模型更符合SiPM的实际工作特征,对基于SiPM的光子计数激光雷达系统设计以及理论分析具有重要的指导意义,未来可以进一步对不同鉴别阈值的测距性能进行定量分析。

References

- [1] Li Z P, Ye J T, Huang X, et al. Single-photon imaging over 200 km[J]. *Optica*, 2021, **8**(3): 344-349.
- [2] Ma L, Lu W, Jiang P, et al. Research on 3D range reconstruction algorithm of Gm-APD lidar based on matched filter[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, **49**(2): 205006.(马乐, 陆威, 姜鹏, 等. 基于匹配滤波的 Gm-APD 激光雷达三维重构算法研究[J]. *红外与激光工程*), 2020, **49**(2): 205006.
- [3] Liu X, Ma Y, Li S, et al. Photon counting correction method to improve the quality of reconstructed images in single photon compressive imaging systems[J]. *Optics Express*, 2021, **29**(23): 37945-37961.
- [4] J. Taher, T. Hakala, A. Jaakkola, et al. Feasibility of Hyperspectral Single Photon Lidar for Robust Autonomous Vehicle Perception[J]. *Sensors*, 2022, **22**(15): 5759.
- [5] Ma Y, Xu N, Liu Z, et al. Satellite-derived bathymetry using the ICESat-2 lidar and Sentinel-2 imagery datasets[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2020, **250**:112047.
- [6] Hua K, Liu B, Fang L, et al. Correction of range walk error for underwater photon-counting imaging[J]. *Optics express*, 2020, **28**(24):36260-36273.
- [7] Zhang H Y, Liu L S, Zhao S, et al. The statistical properties of continuous wave photon counting based on a multipixel photon counter (MPPC)[J]. *Journal of Modern Optics*, 2012, **59**(20):1757-1767.
- [8] Golovin V, Saveliev V. Novel type of avalanche photodetector with Geiger mode operation[J]. *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research*, 2004, **518**(1-2):560-564.
- [9] Ravil A. Modeling of microjoule and millijoule energy LiDARs with PMT/SiPM/APD detectors: a sensitivity analysis[J]. *Applied Optics*, 2018, **57**(14):3679.
- [10] M. Y A, T. N A, S. G A, et al. Application of Hamamatsu MPPC to T2K Neutrino Detectors[J]. *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research*, 2012, **610**(1):128-130.
- [11] Bloser P F, Legere J S, Bancroft C M, et al. Scintillators with silicon photomultiplier readouts for high-energy astrophysics and heliophysics[C]. *SPIE Astronomical Telescopes + Instrumentation*, 2014.
- [12] Llosa G, Belcari N, Giuseppina M, et al. Silicon photomultipliers and SiPM matrices as photodetectors in nuclear medicine[J]. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2007, 3220 - 3223.
- [13] Zhao J, Milanese T, Gramuglia F, et al. On Analog Silicon Photomultipliers in Standard 55-nm BCD Technology for LiDAR Applications[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2021, **28**(5): 1 - 10.
- [14] Akiba M, Tsujino K, Sato K, et al. A multipixel silicon APD with ultralow dark count rate at liquid nitrogen temperature[J]. 2008.
- [15] Bondarenko G, Buzhan P, Dolgoshein B, et al. Limited Geiger-mode microcell silicon photodiode: new results[J]. *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research*, 2000, **442**(1-3):187-192.
- [16] Zhang G Q, Liu L N, Zhu C J. Detection and false-alarm probabilities based on Multi-Pixel Photon Counter[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, **42**(77): 1819-1824.(张国青, 刘丽娜, 朱长军. 采用多像素光子计数器的探测率与虚警率[J]. *红外与激光工程*), 2020, **42**(77): 1819-1824.
- [17] Liu H B, Li M, Shu R, et al. Estimation and verification of high-accuracy laser ranging on several photons[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, **48**(1): 106001.(刘鸿彬, 李铭, 舒嵘, 等. 少光子灵敏度精密激光测距方法及验证[J]. *红外与激光工程*), 2019, **48**(1): 106001.
- [18] Chen J G, Ni X X, Yuan B, et al. Analysis of detection probability performance of SiPM LiDAR under sunlight[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2021, **48**(10): 31-40.(陈建光, 倪旭翔, 袁波, 等. SiPM 激光雷达阳光下探测概率性能分析[J]. *光电工程*), 2021, **48**(10): 31-40.
- [19] Yang R, Tang Y, Fu Z, et al. A Method of Range Walk Error Correction in SiPM LiDAR with Photon Threshold Detection[J]. *Photonics*, 2022, **9**(1): 24.
- [20] Xiang Y-Y, Li S, Ma Y. Effect of pile-up of electron flow pulse from photomultiplier tube on ranging by photon counting[J]. *Acta Phys. Sin*, 2022, **71**(21): 214206.(向雨琰, 李松, 马跃. 光电倍增管输出电子流脉冲堆叠对光子计数法测距的影响[J]. *物理学报*), 2022, **71**(21): 214206.
- [21] P Eraerds, M Legré, A Rochas, et al. SiPM for fast Photon-Counting and Multiphoton Detection[J]. *Optics express*, 2007, **15**(22):14539.
- [22] Chen Z, Liu B, Guo G. Adaptive single photon detection under fluctuating background noise[J]. *Optics express*, 2020, **28**(20): 30199.
- [23] G Hripesak, S Rothschild. Agreement, the F-Measure, and Reliability in Information Retrieval[J]. *Journal of the American Medical Informatics Association*, 2005, **12**(3): 296 - 298.